Индивидуальные домашние задания

ИДЗ-1 **Аналитические функции комплексной переменной**

1 Проверить, являются ли аналитическими функции:

1.1 $f(z)=z\cdot\cos z$.
1.2 $f(z)=\overline{z}\cdot e^{z}$.
1.3 $f(z)=z\cdot\ln z$.
1.4 $f(z)=z+\sin z$.
1.5 $f(z)=e^{z}\cdot\operatorname{Re}z$.
1.6 $f(z)=z\cdot\operatorname{Im}z$.
1.7 $f(z)=\overline{z}\cdot\sin z$.
1.8 $f(z)=(\overline{z})^{2}+z$.
1.9 $f(z)=e^{\overline{z}}-1$.
1.10 $f(z)=e^{z}+z^{2}$.
1.11 $f(z)=z\cdot\overline{z}+e^{z}$.
1.12 $f(z)=\cos z\cdot\operatorname{Re}z$.
1.13 $f(z)=\ln z+\overline{z}$.
1.14 $f(z)=\ln\overline{z}-e^{z}$.
1.15 $f(z)=z\cdot\overline{z}-\dfrac{\overline{z}}{z}$.
1.16 $f(z)=\dfrac{z}{\overline{z}}$.
1.17 $f(z)=z-\operatorname{ch}\overline{z}$.
1.18 $f(z)=\sin\overline{z}$.
1.19 $f(z)=\operatorname{Re}e^{z}+\operatorname{Im}z$.
1.20 $f(z)=\operatorname{sh}z-z$.
1.21 $f(z)=2^{z^{2}}$.
1.22 $f(z)=3^{z}\cdot\operatorname{Im}z$.
1.23 $f(z)=\overline{z}\cdot\operatorname{Im}e^{2z}$.
1.24 $f(z)=\ln z^{2}$.
1.25 $f(z)=e^{z}+e^{\overline{z}}$.
1.26 $f(z)=\ln\overline{z}+z$.
1.27 $f(z)=3^{z}$.
1.28 $f(z)=\ln z+e^{2z}$.
1.29 $f(z)=\dfrac{\overline{z}}{z}-z$.
1.30 $f(z)=z^{\frac{1}{2}}+\overline{z}$.

2 Найти аналитические функции f по заданной действительной $u(x;y)$ или мнимой $v(x;y)$ части (предварительно проверив, что функция может быть действительной или мнимой частью аналитической функции):

2.1 $u(x,y)=e^{x}\cdot\sin y$.
2.2 $v(x,y)=e^{-2y}\cdot\cos x$.
2.3 $u(x,y)=e^{x+1}\cdot\cos y$.
2.4 $v(x,y)=\sin 2y\cdot\cos 2x$.

2.5 $v(x,y)=x^{2}-y^{2}+2x+1$.
2.6 $v(x,y)=(y+1)^{2}-x^{2}$.
2.7 $u(x,y)=x^{3}+3x\cdot y^{2}$.
2.8 $u(x,y)=x^{2}-(y+1)^{2}$.
2.9 $v(x,y)=3x^{2}\cdot y-3y^{2}-2y$.
2.10 $u(x,y)=2x\cdot(y+1)$.
2.11 $v(x,y)=9x^{2}\cdot y-3y^{3}$.
2.12 $v(x,y)=2x\cdot y+y$.
2.13 $v(x,y)=-\sin 2y\cdot\sin(2x-1)$.
2.14 $u(x,y)=\sin 2x\cdot\cos 2y$.
2.15 $v(x,y)=x^{3}-3x\cdot y^{2}$.
2.16 $v(x,y)=3x^{2}\cdot y-y^{3}$.
2.17 $v(x,y)=-e^{-2y}\cdot\cos 2x+x$.
2.18 $u(x,y)=x^{2}+y^{2}+x\cdot y$.
2.19 $v(x,y)=y+x\cdot y^{2}$.
2.20 $u(x,y)=2x^{2}-y^{2}+x$.
2.21 $u(x,y)=\ln\left(2x^{2}+y^{2}\right)$.
2.22 $v(x,y)=x^{2}-y^{2}-1$.
2.23 $u(x,y)=-y\cdot(4x+1)$.
2.24 $v(x,y)=y-e^{2x}\cdot\sin 2y$.
2.25 $v(x,y)=-\dfrac{1}{2}\cdot\ln\left(x^{2}+y^{2}\right)$.
2.26 $v(x,y)=e^{x^{2}-y^{2}}\cdot\sin 2xy$.
2.27 $u(x,y)=e^{x^{2}-y^{2}}\cdot\cos 2xy$.
2.28 $u(x,y)=x^{2}-y^{2}-x$.
2.29 $v(x,y)=x+y$.
2.30 $v(x,y)=\sin x\cdot\operatorname{sh}y$.

3 Вычислить интегралы (в интегралах по замкнутому контуру контур обходит против часовой стрелки):

3.1 $\oint\limits_{\substack{|z|=1\\ 0\le\varphi\le 2\pi}} z\cdot\operatorname{Re}z\,dz$.
3.2 $\oint\limits_{\substack{|z|=1\\ -\pi\le\varphi\le\pi}} \operatorname{Re}z^{2}dz$.
3.3 $\oint\limits_{\substack{|z|=1\\ 0\le\varphi\le\pi}} z^{2}\cdot\operatorname{Im}z\,dz$.
3.4 $\oint\limits_{\substack{|z|=2\\ -\frac{\pi}{4}\le\varphi\le\frac{\pi}{4}}} (z^{2}-z)dz$.
3.5 $\oint\limits_{\substack{|z|=2\\ -\frac{\pi}{2}\le\varphi\le\frac{\pi}{2}}} (z-\overline{z}^{2})dz$.
3.6 $\int\limits_{\substack{y=x^{2}\\ z_1=0\\ z_2=1+i}} z\cdot\operatorname{Im}z\,dz$.
3.7 $\int\limits_{|z|=2} \overline{z}\cdot e^{z}dz$.
3.8 $\int\limits_{|z|=1} z\cdot e^{|z|^{2}}dz$.

3.9 $\int\limits_{\substack{|z|=1\\ 0\le\varphi\le\pi}} \overline{z}\cdot \operatorname{Im} z dz$.

3.10 $\int\limits_{\substack{|z|=1\\ 0\le\varphi\le\frac{\pi}{2}}} \operatorname{Im} 2z dz$.

3.11 $\int\limits_{\substack{y=x\\ z_1=0\\ z_2=1+i}} \left(z^2+\overline{z}\right)dz$.

3.12 $\int\limits_{\substack{|z|=1\\ 0\le\varphi\le 2\pi}} z\cdot \operatorname{Im} z dz$.

3.13 $\int\limits_{\substack{|z|=2\\ -\pi\le\varphi\le\pi}} z\cdot \operatorname{Re} z dz$.

3.14 $\int\limits_{\substack{|z|=2\\ 0\le\varphi\le\frac{\pi}{2}}} \operatorname{Im} z^2 dz$.

3.15 $\int\limits_{\substack{|z|=2\\ 0\le\varphi\le 2\pi}} z\cdot \operatorname{Re} z^2 dz$.

3.16 $\int\limits_{\substack{y=x\\ z_1=0\\ z_2=1+i}} \left(1+2\overline{z}\right)dz$.

3.17 $\int\limits_{\substack{y=x\\ z_1=0\\ z_2=1+i}} z^2\cdot \operatorname{Im} z dz$.

3.18 $\int\limits_{|z|=3} z\cdot \operatorname{Im} z^2 dz$.

3.19 $\int\limits_{\substack{y=x\\ z_1=0\\ z_2=1+i}} z^2\cdot \operatorname{Re} z dz$.

3.20 $\int\limits_{\substack{y=x\\ z_1=0\\ z_2=1+i}} \left(\operatorname{Re} z+\operatorname{Im} z\right)dz$.

3.21 $\int\limits_{\substack{|z|=1\\ 0\le\varphi\le 2\pi}} \left(\operatorname{Re} z+\operatorname{Im} z\right)dz$.

3.22 $\int\limits_{\substack{|z|=1\\ -\frac{\pi}{2}\le\varphi\le\frac{\pi}{2}}} \left(z-\overline{z}\right)dz$.

3.23 $\int\limits_{\substack{|z|=1\\ 0\le\varphi\le\pi}} \operatorname{Re} z dz$.

3.24 $\int\limits_{\substack{|z|=1\\ 0\le\varphi\le\pi}} \operatorname{Im} z dz$.

3.25 $\int\limits_{\substack{y=x\\ z_1=0\\ z_2=1+i}} \overline{z}dz$.

3.26 $\int\limits_{\substack{|z|=1\\ -\pi\le\varphi\le\pi}} \overline{z}dz$.

3.27 $\int\limits_{\substack{|z|=1\\ 0\le\varphi\le\pi}} z\cdot\overline{z}dz$.

3.28 $\int\limits_{\substack{|z|=1\\ 0\le\varphi\le 2\pi}} \left(\operatorname{Re} z+\operatorname{Im} z^2\right)dz$.

3.29 $\int\limits_{\substack{y=-x\\ z_1=1-i\\ z_2=0}} z\cdot\overline{z}dz$.

3.30 $\int\limits_{\substack{y=x+1\\ z_1=i\\ z_2=1+i}} \left(1+3i-z^2\right)dz$.

4 Вычислить интегралы по замкнутому контуру с помощью интегральной формулы Коши (контур обходится против часовой стрелки), сделать чертеж:

4.1 $\int\limits_{|z|=4} \frac{\operatorname{ch} iz\, dz}{(z-1)^2\cdot(z-i)}$.

4.2 $\int\limits_{|z|=3} \frac{e^z}{z^2\cdot(z-2)}dz$.

4.3 $\int\limits_{|z|=4} \frac{e^{i\cdot z}}{(z+2)^2\cdot z}dz$.

4.4 $\int\limits_{|z|=2} \frac{\sin \pi z\, dz}{(z-1)\cdot(z+1)^2}$.

4.5 $\int\limits_{|z|=4} \frac{dz}{(z-3i)\cdot(z+1)^2}$.

4.6 $\int\limits_{|z|=5} \frac{dz}{(z+4i)(z-2)^2}$.

4.7 $\int\limits_{|z|=2} \frac{e^{z^2}}{(z-1)\cdot z^2}dz$.

4.8 $\int\limits_{|z|=3} \frac{\cos z\, dz}{(z-i)^2(z-2)}$.

4.9 $\int\limits_{|z|=4} \frac{\sin z\, dz}{(z+2)^2\cdot(z-1)}$.

4.10 $\int\limits_{|z|=2} \frac{\pi\cdot z\, dz}{(z-1)^2(z-i)}$.

4.11 $\int\limits_{|z|=5} \frac{\cos^2 z\, dz}{(z-4)^2(z+1)}$.

4.12 $\int\limits_{|z|=2} \frac{e^{i\cdot z^2}}{z^2\cdot(z-i)}dz$.

4.13 $\int\limits_{|z|=4} \frac{\cos 2z\, dz}{(z+2)(z-2)^2}$.

4.14 $\int\limits_{|z|=2} \frac{(z+2i)dz}{(z-1)(z+1)^2}$.

4.15 $\int\limits_{|z|=3} \frac{\operatorname{th} \pi z\, dz}{(z+1)(z-2)^2}$.

4.16 $\int\limits_{|z|=3} \frac{\sin \pi z\, dz}{(z-2)\cdot(z-1)^2}$.

4.17 $\int\limits_{|z|=3} \frac{\sin z dz}{(z-1)^2(z+2)}$.

4.18 $\int\limits_{|z|=2} \frac{z^2\, dz}{(z+i)^2(z-1)}$.

4.19 $\int\limits_{|z|=3} \frac{\cos 2z}{z^2 \cdot (z+2)} dz$.

4.20 $\int\limits_{|z|=2} \frac{\sin 2z\, dz}{(z-1)^2 \cdot (z+i)}$.

4.21 $\int\limits_{|z|=2} \frac{\operatorname{tg} z}{z \cdot (z+i)^2} dz$.

4.22 $\int\limits_{|z|=3} \frac{\operatorname{sh} \frac{\pi}{2} \cdot z}{z^2 \cdot (z-2)} dz$.

4.23 $\int\limits_{|z|=3} \frac{\cos z}{z^2 \cdot (z+2)} dz$.

4.24 $\int\limits_{|z|=3} \frac{z \cdot \operatorname{sh} z\, dz}{(z+i) \cdot (z-2)^2}$.

4.25 $\int\limits_{|z|=3} \frac{e^{i \cdot z}}{z^2 \cdot (z+2)} dz$.

4.26 $\int\limits_{|z|=5} \frac{z dz}{(z-2)^2 (z+4)}$.

4.27 $\int\limits_{|z|=4} \frac{z^2 dz}{(z-1)^2 (z+3)}$.

4.28 $\int\limits_{|z|=2} \frac{e^{iz}}{z(z-1)^2} dz$.

4.29 $\int\limits_{|z|=2} \frac{e^{iz} dz}{(z-1)^2 \cdot (z+1)}$.

4.30 $\int\limits_{|z|=4} \frac{\operatorname{tg} \frac{\pi z}{2} dz}{(z-3) \cdot (z+i)^2}$.

ИДЗ-2 Ряды Тейлора и Лорана. Вычеты

1 Разложить функции в ряд Тейлора по степеням $z - z_0$ и определить круг сходимости полученного ряда:

1.1 $f(z) = \frac{1}{z+1}$, $z_0 = i$.

1.2 $f(z) = \frac{2}{z-1}$, $z_0 = i$.

1.3 $f(z) = \frac{1}{z^2+4}$, $z_0 = 0$.

1.4 $f(z) = \frac{z}{z+2}$, $z_0 = 1$.

1.5 $f(z) = e^{z+3}$, $z_0 = -1$.

1.6 $f(z) = e^{2z}$, $z_0 = i$.

1.7 $f(z) = \frac{1}{z+4}$, $z_0 = -1$.

1.8 $f(z) = \sin z \cos z$, $z_0 = 0$.

1.9 $f(z) = e^z$, $z_0 = -1$.

1.10 $f(z) = \cos 2z$, $z_0 = 0$.

1.11 $f(z) = \frac{z}{z^2+1}$, $z_0 = 0$.

1.12 $f(z) = \cos^2 \frac{iz}{2}$, $z_0 = 0$.

1.13 $f(z) = e^z$, $z_0 = 1$.

1.14 $f(z) = \frac{1}{3z+1}$, $z_0 = -2$.

1.15 $f(z) = e^{2z}$, $z_0 = -1$.

1.16 $f(z) = e^{z+2}$, $z_0 = 1$.

1.17 $f(z) = \frac{1}{z-2}$, $z_0 = -1$.

1.18 $f(z) = \frac{1}{z+2}$, $z_0 = 1$.

1.19 $f(z) = \frac{z^2}{(z+1)^2}$, $z_0 = 0$.

1.20 $f(z) = \frac{z}{z^2-4z+13}$, $z_0 = 0$.

1.21 $f(z) = \frac{z}{z^2-4z+3}$, $z_0 = 0$.

1.22 $f(z) = \frac{z}{z^2+4}$, $z_0 = 2$.

1.23 $f(z) = \frac{z}{z^2+4}$, $z_0 = i$.

1.24 $f(z) = \sin^2 z$, $z_0 = 0$.

1.25 $f(z) = \frac{1}{z-1}$, $z_0 = 2$.

1.26 $f(z) = \frac{z+1}{z^2+4z-5}$, $z_0 = 0$.

1.27 $f(z) = \frac{1}{3-2z}$, $z_0 = 3$.

1.28 $f(z) = \frac{z}{z^2-2z-3}$, $z_0 = 0$.

1.29 $f(z) = \sin z$, $z_0 = \frac{\pi}{4}$.

1.30 $f(z) = \ln z$, $z_0 = 1$.

2 Разложить функции в ряд Лорана в окрестности изолированных особых точек и определить область сходимости полученного ряда:

2.1 $f(z)=\dfrac{2z}{(z+1)(z-2)}$.

2.2 $f(z)=\dfrac{z-2}{(z+1)z}$.

2.3 $f(z)=\dfrac{z}{z^2+4}$.

2.4 $f(z)=\dfrac{z+1}{z^2-3z+2}$.

2.5 $f(z)=\dfrac{z}{z^2+z-2}$.

2.6 $f(z)=\dfrac{1}{z^2+1}$.

2.7 $f(z)=\dfrac{1}{z^2-4}$.

2.8 $f(z)=\dfrac{1}{z^2+z}$.

2.9 $f(z)=\dfrac{1}{z^2+z-2}$.

2.10 $f(z)=\dfrac{1}{z^2-1}$.

2.11 $f(z)=\dfrac{z}{z^2-4}$.

2.12 $f(z)=\dfrac{z}{(z+1)(z+4)}$.

2.13 $f(z)=\dfrac{z+1}{(z-1)(z+2)}$.

2.14 $f(z)=\dfrac{z-1}{z^2-5z+4}$.

2.15 $f(z)=\dfrac{z}{z^2+5z+4}$.

2.16 $f(z)=\dfrac{1}{z(z+4)}$.

2.17 $f(z)=\dfrac{1}{z^2-z}$.

2.18 $f(z)=\dfrac{1}{z^2-1}$.

2.19 $f(z)=\dfrac{1}{z^2+2z-3}$.

2.20 $f(z)=\dfrac{z}{z^2+4}$.

2.21 $f(z)=\dfrac{1}{(z-1)(z-2)}$.

2.22 $f(z)=\dfrac{z-1}{z^2+1}$.

2.23 $f(z)=\dfrac{1}{z(z-3)}$.

2.24 $f(z)=\dfrac{z}{(z-1)(z+3)}$.

2.25 $f(z)=\dfrac{z}{z^2+9}$

2.26 $f(z)=\dfrac{1}{z^2+z}$.

2.27 $f(z)=\dfrac{2z+1}{z^2+z-2}$.

2.28 $f(z)=\dfrac{z+2}{z^2-4z+3}$.

2.29 $f(z)=\dfrac{2z-3}{z^2-3z+2}$.

2.30 $f(z)=\dfrac{1}{(z-2)(z-3)}$.

3 Найти особые точки и определить их характер для функций:

3.1 $f(z)=\dfrac{1-e^{-z}}{z^3}$.

3.2 $f(z)=\dfrac{\sin^2 z}{z}$.

3.3 $f(z)=\dfrac{1}{z}\sin^2\dfrac{2}{z}$.

3.4 $f(z)=\dfrac{z}{(z+1)^2}$.

3.5 $f(z)=ze^{\frac{1}{z+i}}$.

3.6 $f(z)=\dfrac{\sin z}{z-2}$.

3.7 $f(z)=\dfrac{1}{z^2+z}$.

3.8 $f(z)=\dfrac{2}{z^2-1}$.

3.9 $f(z)=\dfrac{1}{z^2+1}$.

3.10 $f(z)=\cos\dfrac{1}{z}+z^3$.

3.11 $f(z)=z^3e^{\frac{1}{z}}$.

3.12 $f(z)=e^{z^2+\frac{1}{z^2}}$.

3.13 $f(z)=(z-1)e^{\frac{1}{z-1}}$.

3.14 $f(z)=\dfrac{e^{z+e}}{z+e}$.

3.15 $f(z)=\dfrac{e^z}{(z+1)^3(z-2)}$.

3.16 $f(z)=\dfrac{e^z}{z^3(z-1)}$.

3.17 $f(z)=\cos\dfrac{1}{z-1}$.

3.18 $f(z)=\dfrac{e^z}{z^3}$.

3.19 $f(z)=\dfrac{e^{\pi z}}{(z-i)^2}$.

3.20 $f(z)=\dfrac{1-\cos z}{z^2}$.

3.21 $f(z)=\dfrac{\sin^2 z}{z}$.

3.22 $f(z)=\dfrac{e^z}{(z+1)^3(z-2)}$.

3.23 $f(z)=\cos\dfrac{1}{z+\pi}$.

3.24 $f(z)=z^2\cdot\sin\dfrac{1}{z}$.

3.25 $f(z)=\dfrac{z^2}{(z^2+1)^2}$.

3.26 $f(z)=\dfrac{z}{z^2+3z-4}$.

3.27 $f(z)=e^{\frac{1}{z+2}}$.

3.28 $f(z)=\dfrac{1}{z-2}e^{\frac{1}{z-2}}$.

3.29 $f(z)=\dfrac{z^2+z-1}{z^3-z}$.

3.30 $f(z)=\dfrac{\cos z}{(z-2)^2}$.

4 Найти вычеты в изолированных особых точках функций:

4.1 $f(z)=\dfrac{\sin z}{z^2}$.

4.2 $f(z)=\dfrac{1}{(z+1)^2}\sin\dfrac{1}{z+1}$.

4.3 $f(z)=\dfrac{z^4}{(z-1)^2}$.

4.4 $f(z)=\dfrac{\cos z}{(z+1)^2}$.

4.5 $f(z)=\dfrac{z^2+1}{z^2-1}$.

4.6 $f(z)=\dfrac{1}{z^2+4}$.

4.7 $f(z)=\dfrac{z}{(z-1)(z-3)}$.

4.8 $f(z)=\cos\dfrac{z}{z-1}$.

4.9 $f(z)=\dfrac{2z^2+3z-1}{(z-1)\cdot z^2}$.

4.10 $f(z)=\dfrac{\sin 2z}{(z+1)^3}$.

4.11 $f(z)=z^3\cdot e^{-\frac{1}{z}}$.

4.12 $f(z)=\dfrac{\cos^3 z}{z^3}$.

4.13 $f(z)=z\cdot\cos^2\dfrac{\pi}{z}$.

4.14 $f(z)=z\cdot e^{\frac{1}{z-1}}$.

4.15 $f(z)=\dfrac{1}{(z-2)^2}\cos\dfrac{1}{z-2}$.

4.16 $f(z)=\dfrac{e^z}{(z+1)^2}$.

4.17 $f(z)=\dfrac{e^{\frac{1}{z}}}{z^3}$.

4.18 $f(z)=\dfrac{e^{\frac{1}{z}}}{(z+1)^2}$.

4.19 $f(z)=\dfrac{1}{z+z^3}$.

4.20 $f(z)=\dfrac{z+1}{z^2}$.

4.21 $f(z)=\dfrac{z^2}{(z-2)^3}$.

4.22 $f(z)=\dfrac{1}{z^2-2z+5}$.

4.23 $f(z)=\dfrac{z+1}{(z^2+4)^2}$.

4.24 $f(z)=z^3\cdot\sin^2\dfrac{1}{z}$.

4.25 $f(z)=\dfrac{\sin 2z}{(z+1)^3}$.

4.26 $f(z)=\dfrac{e^z}{z^2(z+3)}$.

4.27 $f(z)=\dfrac{z^2+1}{(z-2)^2}$.

4.28 $f(z)=\dfrac{1}{(z-1)^2}$.

4.29 $f(z)=\dfrac{e^{z^2}}{z^3}$.

4.30 $f(z)=z^2\cdot\sin\dfrac{\pi}{z}$.

ИДЗ-3 Вычисление интегралов с помощью вычетов

1 Вычислить с помощью основной теоремы теории вычетов интегралы (контур обходится против часовой стрелки):

1.1 $\int\limits_{z+1-i|=2} \frac{e^{iz}dz}{z^2+4}$.

1.2 $\int\limits_{|z-1|=2} \frac{z\cdot\cos z}{(z-1)^2}$.

1.3 $\int\limits_{|z|=2} \frac{e^z\cdot dz}{(z+1)\cdot z^2}$.

1.4 $\int\limits_{|z|=2} \frac{dz}{z^2+1}$.

1.5 $\int\limits_{|z|=3} \frac{e^{2z}dz}{z^2+2z}$.

1.6 $\int\limits_{|z|=3} \frac{z\cdot dz}{z^2+4}$.

1.7 $\int\limits_{|z+1-i|=3} \frac{e^z dz}{z^2+3z+2}$.

1.8 $\int\limits_{|z-1|=2} \frac{z^2\cdot dz}{(z-1)^3}$.

1.9 $\int\limits_{|z-i|=5} \frac{e^{z^2}\cdot dz}{z^2+4z+4}$.

1.10 $\int\limits_{|z|=3} \frac{\cos z\, dz}{z^2+2z}$.

1.11 $\int\limits_{|z-2|=3} \frac{e^z\cdot dz}{z^2(z-2)}$.

1.12 $\int\limits_{|z|=4} \frac{z}{z+3}e^{\frac{1}{2z}}dz$.

1.13 $\int\limits_{|z+2|=1} \frac{e^z\cdot dz}{z(z+2)^2}$.

1.14 $\int\limits_{|z+i|=2} \frac{z^2\cdot dz}{(z^2+1)^2}$.

1.15 $\int\limits_{|z|=2} \frac{dz}{z(z^2-1)}$.

1.16 $\int\limits_{|z-1|=2} \frac{dz}{(z-1)^2}$.

1.17 $\int\limits_{|z|=5} \frac{z\cdot e^z}{z^2+4z}$.

1.18 $\int\limits_{|z+1|=2} \frac{\sin z}{(z+1)^2}$.

1.19 $\int\limits_{|z|=3} \frac{e^{z^2}}{z^2+2iz}dz$.

1.20 $\int\limits_{|z-i|=3} \frac{z\cdot\sin z}{z^2+5z-6}dz$.

1.21 $\int\limits_{|z+i|=3} \frac{z\cdot dz}{z^2-2z-8}$.

1.22 $\int\limits_{|z+3|=2} \frac{z^2-z}{z^2+6z+10}dz$

1.23 $\int\limits_{|z+2i|=3} \frac{z\cdot e^z\cdot dz}{z^2+8z-20}$.

1.24 $\int\limits_{|z-2|=2} \frac{z\cdot dz}{(z-1)(z-2)}$.

1.25 $\int\limits_{|z-2|=2} \frac{z\cdot dz}{(z+1)(z-2)^2}$.

1.26 $\int\limits_{|z+2|=2} \frac{z\cdot dz}{(z+3)^2(z+5)}$

1.27 $\int\limits_{|z|=2} z\cdot e^{\frac{1}{z}}dz$.

1.28 $\int\limits_{|z|=1} \sin^2\frac{1}{z}dx$.

1.29 $\int\limits_{|z|=1} \frac{e^z\cdot dz}{z^3}$.

1.30 $\int\limits_{|z-2|=1} \frac{\cos z}{(z-2)^2}dz$.

2 Вычислить интегралы:

2.1 $\int\limits_0^{2\pi} \frac{dx}{2+\cos x}$.

2.2 $\int\limits_0^{2\pi} \frac{dx}{3+\cos x}$.

2.3 $\int\limits_0^{2\pi} \frac{dx}{2+\sin x}$.

2.4 $\int\limits_0^{2\pi} \frac{(1+\sin 2x)dx}{4+\cos x+3\sin x}$.

2.5 $\int\limits_0^{2\pi} \frac{1-\cos x}{2+\sin x}dx$.

2.6 $\int\limits_0^{2\pi} \frac{dx}{5+3\cos x}$.

2.7 $\int\limits_0^{2\pi} \frac{dx}{3-2\cos x+\sin x}$.

2.8 $\int\limits_0^{2\pi} \frac{dx}{3-2\cos x}$.

2.9 $\int\limits_0^{2\pi} \frac{dx}{3+2\sin x}$.

2.10 $\int\limits_0^{2\pi} \frac{dx}{4+3\cos x}$.

2.11 $\int\limits_0^{2\pi} \frac{dx}{3+2\cos x}$.

2.12 $\int\limits_0^{2\pi} \frac{dx}{3-\sin x}$.

2.13 $\int\limits_0^{2\pi} \frac{(1-\sin 2x)dx}{\sin x+\cos x+2}$.

2.14 $\int\limits_0^{2\pi} \frac{(3\sin x+1)dx}{\sin^2 x+2\cos^2 x}$.

2.15 $\int_0^{2\pi} \frac{\cos x dx}{2+\sin x+\cos x}$.

2.16 $\int_0^{2\pi} \frac{\sin 2x}{8+\sin x} dx$.

2.17 $\int_0^{2\pi} \frac{\cos^2 x}{\sin^2 x+2} dx$.

2.18 $\int_0^{2\pi} \frac{3\sin x+\cos x}{2+\cos x} dx$.

2.19 $\int_0^{2\pi} \frac{\cos^2 x}{5+2\sin x} dx$.

2.20 $\int_0^{2\pi} \frac{\sin^2 x}{4+\cos x} dx$.

2.21 $\int_0^{2\pi} \frac{\cos x}{4+\sin x} dx$.

2.22 $\int_0^{2\pi} \frac{\cos x+\sin x}{2+\cos x} dx$.

2.23 $\int_0^{2\pi} \frac{\sin x dx}{4-3\sin x+2\cos x}$

2.24 $\int_0^{2\pi} \frac{(1-\cos 2x)dx}{3+\sin x+\cos x}$.

2.25 $\int_0^{2\pi} \frac{\cos x dx}{2+\sin x+\cos x}$.

2.26 $\int_0^{2\pi} \frac{\cos x}{13-12\cos x} dx$.

2.27 $\int_0^{2\pi} \frac{dx}{5+4\cos x}$.

2.28 $\int_0^{2\pi} \frac{\cos x}{5-4\cos x} dx$.

2.29 $\int_0^{2\pi} \frac{dx}{5+4\sin x}$.

2.30 $\int_0^{2\pi} \frac{(1-2\sin x)dx}{\cos^2 x+2\sin^2 x+3}$.

3 Вычислить интегралы:

3.1 $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(x^2+1)^2}$.

3.2 $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(x^2+1)(x^2+4)}$.

3.3 $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(x^2+2x+2)^2}$.

3.4 $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2 dx}{(x^2+1)(x^2+9)}$.

3.5 $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(x^2+x+1)^2}$.

3.6 $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x}{x^2-x+1} dx$.

3.7 $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(x^2+1)(x^2+9)}$.

3.8 $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2+x}{(x^2+25)^2} dx$.

3.9 $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x^2+x+1}$.

3.10 $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x}{x^2+x+1} dx$.

3.11 $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{xdx}{(x^2+4x+13)^2}$.

3.12 $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(x^2+1)(x^2+x+1)}$

3.13 $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{2x dx}{(x^2+8x+25)^2}$.

3.14 $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x+1}{(x^2+9)^2} dx$.

3.15 $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2}{(x^2+2x+2)^2} dx$.

3.16 $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x+1}{(x^2+1)^2} dx$.

3.17 $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x}{(x^2+4x+5)^2} dx$.

3.18 $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(x^2+1)^2}$.

3.19 $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2-4}{(x^2+9)^2} dx$.

3.20 $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2}{(x^2+4)^2} dx$.

3.21 $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x+2}{(x^2+6x+18)^2} dx$

3.22 $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(x^2+2x+10)^2}$.

3.23 $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{xdx}{(x^2+2x+17)^2}$.

3.24 $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{3x-1}{(x^2+4)^2} dx$.

3.25 $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{2x-1}{(x^2+81)^2} dx$.

3.26 $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x-3}{(x^2+9)^2} dx$.

3.27 $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{(x+2)dx}{(x^2+2x+10)^2}$.

3.28 $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x}{(x^2+16)^2} dx$.

3.29 $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2}{(x^2+25)^2} dx$.

3.30 $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x+2}{(x^2-6x+18)^2} dx$.

4 Вычислить интегралы:

4.1 $\int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos 3x}{(x^2+1)^2}\,dx$.

4.2 $\int\limits_{0}^{\infty} \frac{\cos 4x dx}{(x^2+1)(x^2+4)}$.

4.3 $\int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{x\sin 2x}{x^2+4}\,dx$.

4.4 $\int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{x\sin 2x\,dx}{x^2+8x+25}$.

4.5 $\int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos 3x\,dx}{x^2+6x+18}$.

4.6 $\int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos x\,dx}{(x^2+2x+2)^2}$.

4.7 $\int\limits_{0}^{\infty} \frac{x^2\cos x}{(x^2+1)^2}\,dx$.

4.8 $\int\limits_{0}^{\infty} \frac{x\sin 3x\,dx}{(x^2+1)(x^2+4)}$.

4.9 $\int\limits_{0}^{\infty} \frac{\cos 2x\,dx}{(x^2+1)(x^2+9)}$.

4.10 $\int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos 2x dx}{x^2+6x+10}$.

4.11 $\int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos 4x\,dx}{x^2+2x+10}$.

4.12 $\int\limits_{0}^{\infty} \frac{x\sin x}{(x^2+9)^2}\,dx$.

4.13 $\int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos 3x\,dx}{x^2+4x+13}$.

4.14 $\int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{x\sin 2x}{(x^2+1)^2}\,dx$.

4.15 $\int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos 7x}{x^2+6x+10}\,dx$.

4.16 $\int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{x\sin 3x}{x^2+2x+5}\,dx$.

4.17 $\int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{2x\sin 4x}{(x^2+1)^2}\,dx$.

4.18 $\int\limits_{0}^{\infty} \frac{x^2\cos 2x}{(x^2+1)^2}\,dx$.

4.19 $\int\limits_{0}^{\infty} \frac{x\sin 3x}{(x^2+4)^2}\,dx$.

4.20 $\int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin x}{x^2+x+1}\,dx$.

4.21 $\int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{x\sin x\,dx}{x^2+4x+20}$.

4.22 $\int\limits_{0}^{\infty} \frac{x\sin x}{1+x^2}\,dx$.

4.23 $\int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{x\cos x}{x^2+x+1}\,dx$.

4.24 $\int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{x\cos x\,dx}{x^2-4x+5}$.

4.25 $\int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{x\cos x\,dx}{(x^2-2x+10)^2}$.

4.26 $\int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos 2x}{x^2+1}\,dx$.

4.27 $\int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{x\sin x}{x^2+4}\,dx$.

4.28 $\int\limits_{0}^{\infty} \frac{x\sin x}{x^2+4}\,dx$.

4.29 $\int\limits_{0}^{\infty} \frac{x\sin x}{(x^2+25)^2}dx$.

4.30 $\int\limits_{0}^{\infty} \frac{\cos x}{x^2+x+1}\,dx$.

ИДЗ-4 Элементы операционного исчисления

1 Используя свойства преобразования Лапласа, найти изображения функций:

1.1 а) $2t\sin 2t$, б) $\sin^2 t$.

1.2 а) $3t^2e^{2t}$, б) $\cos^2 t$.

1.3 а) $3t\cos 2t$, б) $\sin^4 t$.

1.4 а) $t^2\cos 2t$. б) $t^2\sin^2 t$.

1.5 а) $3t\cdot\operatorname{sh} 3t$, б) $\cos^4 t$.

1.6 а) $3e^{-3t}\sin t$, б) $\operatorname{sh}^2 t$.

1.7 а) $4e^{3t}\cos t$, б) $\dfrac{\sin^2 t}{t}$.

1.8 а) $e^t\operatorname{ch} t$, б) $\int\limits_0^t \cos 2\tau d\tau$.

1.9 а) $t\sin 3t$, б) $\int\limits_0^t \dfrac{\sin\tau}{\tau}d\tau$.

1.10 а) $2e^t\operatorname{ch} t$, б) $t^2\cos t$.

1.11 а) $-3t\cos 3t$, б) $\cos^3 t$.

1.12 а) $4t^3e^{-t}$, б) $e^{-t}\sin^2 t$.

1.13 а) $2t\operatorname{ch} 2t$, б) $\sin^3 t$.

1.14 а) $4t\cdot\operatorname{sh} 2t$, б) t^3e^{-t}.

1.15 а) $2e^{-4t}\sin 5t$, б) $\dfrac{\sin^2 t}{t}$.

1.16 а) $2t\cos^2 t$, б) $\operatorname{ch}^2 t$.

1.17 а) $2e^{-5t}\cos 4t$, б) $t\cdot\operatorname{ch} 2t$.

1.18 а) $4t\cdot\operatorname{sh} 2t$, б) t^3e^{2t}.

1.19 а) t^3e^{-2t}, б) t^3e^{-t}.

1.20 а) $e^{-2t}\sin 4t$, б) t^2e^{-2t}.

1.21 а) $t\cos^2 2t$, б) t^3e^{2t}.

1.22 а) $e^{3t}\operatorname{sh} 4t$, б) $t\cdot\operatorname{sh} 2t$.

1.23 а) $t\sin 6t$, б) $e^t\sin t$.

1.24 а) $2t\cdot\operatorname{ch} 5t$, б) $\int\limits_0^t \cos^2\tau\, d\tau$.

1.25 а) $e^{-3t}\cos 4t$, б) $\int\limits_0^t \sin^2\tau\, d\tau$.

1.26 а) $2t\cdot\operatorname{sh} 6t$, б) $e^2\operatorname{sh} 2t$.

1.27 а) $t\cos t\sin t$, б) $\cos^2 2t$.

1.28 а) $e^{-5t}\operatorname{sh} 4t$ б) $e^t\operatorname{sh} 2t$.

1.29 а) $te^t\operatorname{sh} t$, б) $\int\limits_0^t \cos 4\tau d\tau$.

1.30 а) t^2e^{-t}, б) $t^2\cos 2t$.

1.31 а) $e^{2t}\cos t$, б) $e^{-2t}\sin^2 t$.

2 Найти оригиналы по изображению:

2.1 а) $\dfrac{2p}{(p^2+1)(p^2+4)}$, б) $\dfrac{e^{-2p}}{p^2}$.

2.2 а) $\dfrac{3}{(p^2+9)(p^2+16)}$, б) $\dfrac{e^{-p}}{p^4}$.

2.3 а) $\dfrac{6p^2}{(p^2+25)(p^2+36)}$, б) $\dfrac{pe^{-p}}{p^2+1}$.

2.4 а) $\dfrac{7}{(p^2+49)(p^2+64)}$, б) $\dfrac{1}{p^2+4}$.

2.5 а) $\dfrac{3p}{(p^2+9)(p^2+1)}$, б) $\dfrac{1}{(p^2-1)(p^2+4)}$.

2.6 а) $\dfrac{5p^2}{(p^2+4)(p^2+25)}$, б) $\dfrac{e^{-p}}{p^3}$.

2.7 а) $\dfrac{4}{(p^2+36)(p^2+16)}$, б) $\dfrac{7}{p^2+4p+3}$.

2.8 а) $\dfrac{p^2+12p+4}{p(p^2+12p+36)}$, б) $\dfrac{6}{p^2+p-2}$.

2.9 а) $\dfrac{2p^2-2p+4}{p(p^2+4p+4)}$, б) $\dfrac{4}{p^2-2p-3}$.

2.10 а) $\dfrac{3p^2+2p+8}{p(p^2+6p+9)}$, б) $\dfrac{5}{p^2-3p+2}$.

2.11 а) $\dfrac{4p^2-3p+3}{p(p^2-4p+4)}$, б) $\dfrac{3}{p^2+4p-5}$.

2.12 а) $\dfrac{2p^2-5p+4}{p(p^2-6p+9)}$, б) $\dfrac{2}{p^2+3p+2}$.

2.13 а) $\dfrac{3p^2-4p+5}{p(p^2+2p+1)}$, б) $\dfrac{1}{p^2+2p-3}$.

2.14 а) $\dfrac{p^2-3p+4}{p(p^2-2p+1)}$, б) $\dfrac{p}{p^2+p+1}$.

2.15 а) $\dfrac{2p^2-3p+3}{p(p^2+8p+16)}$, б) $\dfrac{p^2}{(p+2)^3}$.

2.16 а) $\dfrac{4p^2+3p+1}{p(p^2+10p+25)}$, б) $\dfrac{1}{p(p+2)^2}$.

2.17 а) $\dfrac{4p}{(p^2+36)(p^2+1)}$, б) $\dfrac{2}{p^2+3p-4}$.

2.18 а) $\dfrac{6}{(p^2+4)(p^2+9)}$, б) $\dfrac{3}{p^2-4p+3}$.

2.19 а) $\dfrac{5p^2}{(p^2+25)(p^2+1)}$, б) $\dfrac{1}{p^2-3p-4}$.

2.20 а) $\dfrac{7p}{(p^2+36)(p^2+49)}$, б) $\dfrac{4}{p^2+5p-6}$.

2.21 а) $\dfrac{3p^2+5p+3}{p(p^2-16p+64)}$, б) $\dfrac{1}{(p^2+9)^2}$.

2.22 а) $\dfrac{3p^2+4p+4}{p(p^2-14p+49)}$, б) $\dfrac{4p^2}{(p^2+1)(p^2+16)}$.

2.23 а) $\dfrac{p^2-5p+7}{p(p^2-12p+36)}$, б) $\dfrac{7}{p^2-5p+4}$.

2.24 а) $\dfrac{2p^2+3p+1}{p^3+p}$, б) $\dfrac{9}{p^2-5p-6}$.

2.25 а) $\dfrac{2p+1}{(p^2-p-6)^2}$, б) $\dfrac{p^3}{(p^2+1)^2}$.

2.26 а) $\dfrac{1}{(p+1)^2(p+2)^2}$, б) $\dfrac{1}{p^2+4}$.

2.27 а) $\dfrac{p+1}{p^3-4p}$, б) $\dfrac{1}{p^2(p^2+p-2)}$

2.28 а) $\dfrac{p^2}{p^4-1}$, б) $\dfrac{1}{p(p+1)(p+2)}$.

2.29 а) $\dfrac{1}{p^3(p+2)}$, б) $\dfrac{e^{-p}}{p^2+1}$.

2.30 а) $\dfrac{2p+3}{p^3+4p^2+5p}$, б) $\dfrac{p^2+2}{p^4+4}$.

3 Методами операционного исчисления решить задачу Коши:

3.1 $x''-9x=2-t,\ x(0)=0,\ x'(0)=1.$

3.2 $x''+4x=2\cos 2t,\ x(0)=0,\ x'(0)=4.$

3.3 $x''+4x=\cos 3t,\ x(0)=2,\ x'(0)=2.$

3.4 $x''+x=t\cos 2t,\ x(0)=x'(0)=0.$

3.5 $x''+2x'+x=e^{-t},\ x(0)=1,\ x'(0)=0.$

3.6 $x'' - 2x' + 2x = \sin t,\ x(0) = 0,\ x'(0) = 1.$

3.7 $x'' - 9x = \operatorname{sh} t,\ x(0) = -1,\ x'(0) = 3.$

3.8 $x''' - x'' = e^t,\ x(0) = 1,\ x'(0) = x''(0) = 0.$

3.9 $x'' + 6x' + 9x = 9e^{3t},\ x(0) = x'(0) = 0.$

3.10 $x'' - 3x' + 2x = te^t,\ x(0) = 1,\ x'(0) = -2.$

3.11 $x''' - x' = 5\cos 2t,\ x(0) = x'(0) = 2,\ x''(0) = 0.$

3.12 $x''' - x'' = 2t,\ x(0) = -1,\ x'(0) = x''(0) = 0.$

3.13 $x''' - 2x' = 6\sin 2t,\ x(0) = x'(0) = -1,\ x''(0) = 0.$

3.14 $x''' + 4x' = 1,\ x(0) = x'(0) = x''(0) = 0.$

3.15 $x'' - 4x' + 5x = t,\ x(0) = 0,\ x'(0) = 1.$

3.16 $x'' - 4x' + 3x = e^{-t},\ x(0) = 1,\ x'(0) = 0.$

3.17 $x'' + 2x' + 2x = 2 + 2t,\ x(0) = 0,\ x'(0) = 1.$

3.18 $x'' - 5x' + 6x = t\sin t,\ x(0) = 0,\ x'(0) = 1$

3.19 $x'''' + x = \cos t,\ x(0) = 0,\ x'(0) = 1,\ x''(0) = x'''(0) = 0.$

3.20 $x''' - x = t,\ x(0) = 0,\ x'(0) = 1,\ x''(0) = 0.$

3.21 $x'' - 2x' + 5x = e^t\cos 2t,\ x(0) = 1,\ x'(0) = 0.$

3.22 $x'' + 3x' + 2x = e^{-3t},\ x(0) = 1,\ x'(0) = -1.$

3.23 $x''' + 6x' = 3\cos 3t,\ x(0) = x'(0) = -1,\ x''(0) = 0.$

3.24 $x''' + 5x' = 5t,\ x(0) = x'(0) = 1,\ x''(0) = 0.$

3.25 $x''' - 3x'' + 2x' = 12e^{-t},\ x(0) = 0,\ x'(0) = -2,\ x''(0) = 0.$

3.26 $x''' - 6x' = 2\sin 3t,\ x(0) = -1,\ x'(0) = x''(0) = 0.$

3.27 $x''' - 4x' = -3\operatorname{sh} t,\ x(0) = 1,\ x'(0) = x''(0) = 0.$

3.28 $x''' + 3x' = 2\cos t,\ x(0) = x'(0) = 1,\ x''(0) = 0.$

3.29 $x''' - x'' - 2x' = 6e^t,\ x(0) = 0,\ x'(0) = 2,\ x''(0) = 0.$

3.30 $x''' - 3x' = 4\operatorname{ch} t,\ x(0) = 0,\ x'(0) = x''(0) = 1.$

4 Методом операционного исчисления найти решение системы дифференциальных уравнений с заданными начальными условиями:

4.1 $\begin{cases} y' + y + 3z = x\cdot e^{-x}, \\ z' - 2y + z = 1 - x, \end{cases}$ $y(0) = 0,\ z(0) = 1.$

4.2 $\begin{cases} y' - y - 3z = 4x^3, \\ z' - y + z = \operatorname{sh} 4x, \end{cases}$ $y(0) = 1,\ z(0) = 0.$

4.3 $\begin{cases} y' - 5y + 3z = 1, \\ z' + y - z = x^2, \end{cases}$ $y(0) = 0,\ z(0) = 1.$

4.4 $\begin{cases} y' + z = 5\sin 4x, \\ z' - y = -3x, \end{cases}$ $y(0) = 1,\ z(0) = -1.$

4.5 $\begin{cases} y' - 2y + z = 6x, \\ z' + 4y + 2z = 9\cos 3x, \end{cases}$ $y(0) = 2,\ z(0) = 1.$

4.6 $\begin{cases} y' + 4y - 2z = e^{2x}, \\ z' - 4y + z = 3\cdot e^x, \end{cases}$ $y(0) = z(0) = 0.$

4.7 $\begin{cases} y' + y + z = \sin 3x, \\ z' + y - z = 6x^2, \end{cases}$ $y(0) = -2,\ z(0) = 1.$

4.8 $\begin{cases} y' - y - z = 6\cdot e^{3x}, \\ z' - y + z = 5x^4, \end{cases}$ $y(0) = 1,\ z(0) = -2.$

4.9 $\begin{cases} y' - y + 4z = x\cdot e^x, \\ z' + 3y - z = x, \end{cases}$ $y(0) = 0,\ z(0) = 1.$

4.10 $\begin{cases} y' + 2y + 2z = 10x^3, \\ z' - 2y - 2z = 8\cos 4x, \end{cases}$ $y(0) = -1,\ z(0) = 1.$

4.11 $\begin{cases} y' - 2y - 2z = x - 1, \\ z' - y + 3z = \sin x, \end{cases}$ $y(0) = z(0) = 0.$

4.12 $\begin{cases} y' + 3y - 2z = x^2 + 1, \\ z' - 2y + z = x, \end{cases}$ $y(0) = 1,\ z(0) = 0.$

4.13 $\begin{cases} y' + y + z = 3e^{-3x}, \\ z' - 2y - z = x^3, \end{cases}$ $y(0) = z(0) = 0.$

4.14 $\begin{cases} y' + 2z = 4, \\ z' - y = \operatorname{ch} 2x, \end{cases}$ $y(0) = 2,\ z(0) = 1.$

4.15 $\begin{cases} y' - y - 4z = x^2 \sin x, \\ z' + 4y - z = x, \end{cases}$
$y(0) = 1,\ z(0) = 0.$

4.16 $\begin{cases} y' - 4z = 8\,\mathrm{sh}\,2x, \\ z' + y = 2x, \end{cases}$
$y(0) = -2,\ z(0) = -1.$

4.17 $\begin{cases} y' + y + 3z = 4x, \\ z' + y - z = 12 \cdot \mathrm{sh}\,4x, \end{cases}$
$y(0) = -1,\ z(0) = -2.$

4.18 $\begin{cases} y' + y + 3z = 1, \\ z' - 2y - z = x \cdot \cos x, \end{cases}$
$y(0) = z(0) = 0.$

4.19 $\begin{cases} y' - y + 2z = 3 + x, \\ z' - y + z = e^x, \end{cases}$
$y(0) = z(0) = 0.$

4.20 $\begin{cases} y' - y + 2z = 3 \cdot \cos 2x, \\ z' - y + z = 1, \end{cases}$
$y(0) = -1,\ z(0) = 2.$

4.21 $\begin{cases} y' - y - z = x, \\ z' + 2y + z = 10 \cdot \mathrm{ch}\,3x, \end{cases}$
$y(0) = 2,\ z(0) = -1.$

4.22 $\begin{cases} y' + 3y - z = x \cdot \sin x, \\ z' - y + z = x, \end{cases}$
$y(0) = 0,\ z(0) = 1.$

4.23 $\begin{cases} y' - 2y + z = 1, \\ z' + y - 2z = x^2, \end{cases}$
$y(0) = 1,\ z(0) = 0.$

4.24 $\begin{cases} y' + 2y + z = \sin x, \\ z' - 4y - 2z = \cos x, \end{cases}$
$y(0) = z(0) = 0.$

4.25 $\begin{cases} y' + 2y + 3z = 2x, \\ z' - 3y + 2z = x^2, \end{cases}$
$y(0) = 1,\ z(0) = 0.$

4.26 $\begin{cases} y' - z = x^3, \\ z' + y = 3 \cdot \sin 2x, \end{cases}$
$y(0) = -2,\ z(0) = 0.$

4.27 $\begin{cases} y' - 9z = 8\,\mathrm{ch}\,x, \\ z' - y = e^{-2x}, \end{cases}$
$y(0) = 2,\ z(0) = 0.$

4.28 $\begin{cases} y' + 2y + z = 5x^4, \\ z' - 4y - 2z = 2e^{2x}, \end{cases}$
$y(0) = 0,\ z(0) = -2.$

4.29 $\begin{cases} y' - y - z = \sin x, \\ z' + y - 2z = 0, \end{cases}$
$y(0) = z(0) = 0.$

4.30 $\begin{cases} y' + y - 2z = 1 - x, \\ z' - 2y = x^2, \end{cases}$
$y(0) = 1,\ z(0) = 0.$

Литература

1 Высшая математика. Специальные главы [Текст] : учебное пособие для студентов вузов / П. И. Чинаев [и др]. – Киев: Вища школа, 1981.

2 Демидович, В. П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу [Текст] : учебное пособие для вузов / В. П. Демидович. – М. : Наука, 1977.

3 Краснов, М. Л. Функции комплексного переменного. Операционное исчисление. Теория устойчивости [Текст] : учебное пособие для вузов / М. Л. Краснов, А. И. Киселев, Г. И. Макаренко. – М. Наука, 1981.

4 Привалов, И. И. Введение в теорию функций комплексного переменного [Текст] : учебное пособие для вузов / И. И. Привалов. – М. : Наука, 1977.

5 Пчелин, Б. К. Специальные разделы высшей математики [Текст] : учебное пособие для втузов / Б. К. Пчелин. – М. : Высшая математика, 1973.

6 Сидоров, Ю. В. Лекции по теории функций комплексного переменного [Текст] : учебник для вузов / Ю. В. Сидоров, М. В. Федорюк, М. И. Шабунин. – М. : Наука, 1989.

7 Чудесенко, В. Ф. Сборник заданий по специальным курсам высшей математики (типовые расчеты) [Текст] : учеб. пособие для вузов / В. Ф. Чудесенко. – М. : Высш. школа, 1983.