ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1

Линейные непрерывные операторы в банаховых пространствах.

Необходимые понятия и теоремы: *нормированные пространства, линейный оператор, ограниченный оператор, непрерывный оператор, эквивалентность ограниченности и непрерывности, норма оператора, сходимость последовательности операторов по норме, сильная сходимость, область определения оператора.*

Литература: [] стр.179-188,149-156; [] стр.95-98; [] стр.67-73; [] стр. 218-220; [] стр.98-101; [] 218-253; [] стр.105-111,113-116; [] 114-132; [] стр.45-51.

1. Пусть X,Y - нормированное пространство. Выяснить, совпадает ли область определения $D(A) = \{x \in \quad | \, Ax \in \quad \}$ оператора A с нормированным пространством X .Является ли оператор A линейным, непрерывным оператором из $D(A)$ в Y ?

N	X	Y	A
1.1	$L_1[0,1]$	$L_{3/2}[0,1]$	$(Ax)(x)=\int_0^1 e^{t^2 s}x(s)ds$
1.2	l_5	$l_{7/3}$	$Ax=\left(\frac{x(2)}{2^2},\frac{x(4)}{2^4},\dots,\frac{x(2k)}{2^{2k}},\dots\right)$
1.3	$C[-\pi,\pi]$	$C[-\pi,\pi]$	$(Ax)(t)=\int_{-\pi}^{\pi}\frac{\sin\frac{(2n+1)(s-t)}{2}}{2\sin\frac{s-t}{2}}x(s)ds(n\in N)$
1.4	l_5	l_3	$Ax=\left(\frac{x(1)}{2},\frac{x(2)}{2^2},\dots,\frac{x(k)}{2^k},\dots\right)$
1.5	$C^{(1)}[0,1]$	$C[0,1]$	$(Ax)(t)=\lvert x'(t)\rvert$
1.6	$L_2[0,1]$	$L_2[0,1]$	$(Ax)(t)=\frac{1}{\sqrt{t}}x(t)$
1.7	l_2	l_1	$Ax=(x(1),\frac{x(2)}{\sqrt{2}},\frac{x(3)}{\sqrt{3}},\dots,\frac{x(k)}{\sqrt{k}},\dots)$
1.8	$L_8[0,1]$	R	$Ax=\int_0^1 x(t)\rvert^8 dt$
1.9	C_0	R	$Ax=\sum_{k=1}^{\infty}\frac{x(k)}{k}$
1.10	$L_8[-1,1]$	$L_3[-1,1]$	$(Ax)(t)=\int_{-1}^{1}(t^2 s+s)x(s)ds$
1.11	$L_2[-1,1]$	$L_2[-1,1]$	$(Ax)(t)=x(\sqrt[s]{t})$
1.12	$C[-3,-1]$	$C[-3,-1]$	$(Ax)(t)=\sqrt[3]{x(t)}$
1.13	l_3	l_3	$Ax=(x(1),2x(2),\dots,kx(k),\dots)$
1.14	l_2	l_1	$Ax=(x(1)-x(3),x(2),x(3),\dots,x(k),\dots)$
1.15	$C[-1,2]$	$C[-1,2]$	$(Ax)(t)=\int_0^1 x^2(s)ds$
1.16	$L_3[0,1]$	$L_1[o,1]$	$(Ax)(t)=\int_0^1\sqrt{t}s^2 x(s)ds$
1.17	$L_1[0,1]$	$L_2[0,1]$	$(Ax)(t)=x(t)$
1.18	$L_1[-1,1]$	$L_1[-1,1]$	$(Ax)(t)=x^2(t)$

1.19	$L_3[0,1]$	$L_2[0,1]$	$(Ax)(t)=x(t^2)$
1.20	l_1	l_2	$Ax=\left(\frac{x^2(1)+x(2)}{2},\frac{x(2)}{2^2},\dots,\frac{x(k)}{2^k},\dots\right)$
1.21	$L_{5/2}[-1,1]$	$L_{5/2}[-1,1]$	$(Ax)(x)=\int_{-1}^{1}(t^2 s+s^2 t)x(s)ds$
1.22	$L_3[-1,1]$	$L_3[-1,1]$	$(Ax)(t)=tx(\sqrt[5]{t})$
1.23	$L_{5/3}[0,1]$	$L_1[0,1]$	$(Ax)(x)=\int_{0}^{1}(\sqrt{t}+\sqrt{s})x(\sqrt{s})ds$
1.24	$l_{7/4}$	C	$Ax=\sum_{k=1}^{10}kx(2k+1)$
1.25	$C[-1,1]$	$C[-1,1]$	$(Ax)(t)=tx(0)-\int_{-1}^{1/2}x(\sqrt[3]{t})dt$
1.26	$L_{3/2}[0,1]$	$L_5[0,1]$	$(Ax)(t)=x(t)$
1.27	$L_3[0,1]$	$L_2[0,1]$	$(Ax)(t)=x(t^{3/2})$
1.28	$L_3[0,1]$	$L_2[0,1]$	$(Ax)(t)=\frac{1}{\sqrt{t}}x(\sqrt{t})$
1.29	$l_{3/2}$	l_1	$Ax=\left(x(2),\frac{x(1)}{\sqrt{2}},\frac{x(4)}{\sqrt{3}},\frac{x(3)}{\sqrt{4}},\dots,\frac{x(2k)}{\sqrt{2k-1}},\frac{x(2k-1)}{\sqrt{2k}},\dots\right)$
1.30	C_0	R	$Ax=\sum_{k=3}^{\infty}\frac{x(k)}{k\ln k}$
1.31	l_4	l_1	$Ax=(x(1),3x(3),\dots,(2k-1)x(2k-1),\dots)$
1.32	$C[0,2]$	$C[0,2]$	$Ax(t)=\int_{0}^{2}e^{ts}x'(s)ds$
1.33	$C[0,1]$	$C[0,1]$	$Ax(t)=\int_{0}^{t}t^2 sx'(s)ds$
1.34	$C[0,1]$	$C^{(1)}[0,1]$	$Ax(t)=\int_{0}^{1}\sin(ts)x(s)ds$
1.35	$L_1[0,1]$	$L_2[0,1]$	$(Ax)(t)=x(t)$
1.36	$L_3[0,1]$	$L_3[0,1]$	$(Ax)(t)=\int_{0}^{1}e^{ts}x(s)ds$
1.37	l_3	C	$Ax=\sum_{k=1}^{\infty}\lvert x(k)\rvert^3$

1.38	$L_1[-1,1]$	$L_1[-1,1]$	$Ax(t)=x^2(t)$
1.39	$L_3[0,1]$	$L_2[0,1]$	$Ax(t)=x(t^2)$
1.40	l_1	l_2	$Ax=(\frac{x^2(1)+x(2)}{2},\frac{x(2)}{2^2},\dots,\frac{x(k)}{2^k},\dots)$
1.41	l_2	l_1	$Ax=(x(1)-x(3),x(2),x(3),\dots,x(k),..)$
1.42	$C[-1,2]$	$C[-1,2]$	$Ax(t)=\int_0^1 x^2(s)ds$
1.43	$L_3[0,1]$	$L_1[0,1]$	$Ax(t)=\int_0^1 \sqrt{t}s^2x(s)ds$
1.44	l_3	l_2	$Ax=(x(1)-x(3),x(2),x(3)-x(5),x(4)\dots)$
1.45	$C[0,1]$	$C[0,1]$	$Ax(t)=x'(t)$
1.46	$L_{3/2}[0,1]$	$L_{3/2}[0,1]$	$Ax(t)=x^2(t)$
1.47	$l_{3/2}$	$l_{3/2}$	$Ax=(\sqrt{\lvert x(1)\rvert},\sqrt{\lvert x(3)\rvert},\dots,\sqrt{\lvert x(2k-\ )\rvert},\dots)$
1.48	$C[0,1]$	$C[0,1]$	$Ax(t)=x(\frac{1}{2})-\int_1^0 t\frac{x(s)}{s}ds$
1.49	$l_{3/2}$	C	$Ax=\sum_{k=2}^{\infty} k\,x(k)\rvert^{3/2}$
1.50	$C[-1,1]$	$C[-1,1]$	$Ax(t)=\int_{1/2}^1 x(ln\,t)dt+x(0)\,ln\lvert t\rvert$
1.51	$L_1[0,1]$	$L_4[0,1]$	$Ax(t)=\sqrt{\lvert x(t)\rvert}$
1.52	$L_{5/4}[0,1]$	R	$Ax=\int_0^1\frac{(x(t))^{8/7}}{\sqrt[9]{t}}dt$
1.53	$C[0,1]$	R	$Ax=\sum_1^{\infty}x^2(\frac{1}{k})+x^2(0)$
1.54	$L_3[-1,1]$	$L_2[-1,1]$	$Ax(t)=\int_0^1 tx^2(s)ds$
1.55	l_∞	c_0	$\mathrm{A}x=c$
1.56	c_0	l_∞	$\mathrm{A}x=c$
1.57	$L_4[0,1]$	$L_1[0,1]$	$(\mathrm{A}x)(t)=\int_0^1 t^2x^2(s)ds$

1.58	$L_2[0,1]$	$L_1[0,1]$	$(Ax)(t)=\lvert x(t)\rvert$
1.59	$L_2[0,1]$	$L_2[0,1]$	$(Ax)(t)=x^2(t)$
1.60	$C[0,1]$	$C[0,1]$	$(Ax)(t)=(x'(t))^2$
1.61	$C[0,1]$	$C^{(1)}[0,1]$	$(Ax)(t)=x'(t)$
1.62	$C^{(1)}[0,1]$	$C[0,1]$	$(Ax)(t)=\lvert x'(t)\rvert$
1.63	l_2	l_1	$Ax=(x(1)+\;,x(2),x(3),\ldots)$
1.64	l_1	l_2	$Ax=(x(2),x(3),\ldots)$
1.65	$L_2[-1,1]$	$L_2[-1,1]$	$(Ax)(t)=x(\sqrt[5]{t})$
1.66	$C[0,1]$	$\boldsymbol{R}$	$(Ax)(t)=\lvert x'(0)+x(0)\rvert$
1.67	$L_1[-1,1]$	$L_1[-1,1]$	$(Ax)(t)=\int_{-1}^{1} tx^2(s)ds$
1.68	$L_1[0,1]$	$L_4[0,1]$	$(Ax)(t)=x^2(t)$
1.69	$C[-1,2]$	$C[-1,2]$	$(Ax)(t)=\int_{-1}^{1} x^2(\sqrt[3]{s})ds$
1.70	$C[-3,-1]$	$C[-3,-1]$	$Ax(t)=\sqrt[3]{x(\sqrt[3]{t})}$
1.71	$C[-1,2]$	$C[-1,2]$	$Ax(t)=\dfrac{x(t)}{1+x^2(t)}$
1.72	$L_4[0,1]$	R	$Ax=\int_0^1 \lvert x(t)\rvert^2 dt$
1.73	$C^{(2)}[0,1]$	$C[0,1]$	$(Ax)(t)=\lvert x'(t)\rvert$
1.74	l_3	C	$Ax=\sum \lvert x(k)\rvert^3$
1.75	l_1	l_2	$Ax=\left(\dfrac{x^2(1)+x(2)}{2},x(2),x(3),\ldots\right)$

2. Доказать, что оператор $A\colon X \to$ является линейным ограниченным и найти его норму.

N	X	Y	A
I . Оператор умножения , действующий из X в Y			
2.1	$C[-2,1]$	$C[-2,1]$	$(Ax)(t)=(t^3-1)^2\,x(t)$
2.2	$C[-3,3]$	$C[-3,3]$	$(Ax)(t)=(t-1)\,e^t x(t)$
2.3	$C[0,1]$	$C[0,1]$	$(Ax)(t)=\dfrac{t}{1+\ ^2}\,x(t)$
2.4	$C[0,1]$	$C[0,1]$	$(Ax)(t)=t\sin t\ x(t)$
2.5	$C[-1,1]$	$C[-1,1]$	$(Ax)(t)=\begin{cases}(t^3-t^2)x(t), & t\in[-1,0],\\ 0 & ,t\in(0,1].\end{cases}$
2.6	$C[-2,2]$	$C[-2,2]$	$(Ax)(t)=\begin{cases}t^2-2t-1, & t\in[-2,0],\\ t^2-1, & t\in(0,2].\end{cases}$
2.7	$C[-2,0]$	$C[-2,0]$	$(Ax)(t)=\begin{cases}tx(t), & t\in[-2,-1],\\ t^2-2t-\dfrac{4}{x(t)}, & t\in(-1,0].\end{cases}$
2.8	$L_{3/2}(-1,1)$	$L_{3/2}(-1,1)$	$(Ax)(t)=\sqrt[3]{1+\ }\ x(t)$
2.9	$L_{5/4}(1,2)$	$L_{5/4}(1,2)$	$(Ax)(t)=(t^2-t^4)\,x(t)$
2.10	$L_3(0,1)$	$L_3(0,1)$	$(Ax)(t)=(t^4-t^5)\,x(t)$
2.11	$L_{7/2}(-1,1)$	$L_{7/2}(-1,1)$	$(Ax)(t)=\cos\pi\ \ x(t)$
2.12	$L_{4/3}(0,2)$	$L_{4/3}(0,2)$	$(Ax)(t)=\begin{cases}t\cos t\ x(t), & t\in\ \ 0,1],\\ 0 & ,t\in\ \ ,2].\end{cases}$
2.13	$L_5(-2,0)$	$L_5(-2,0)$	$(Ax)(t)=\begin{cases}tx(t) & ,t\in[-2,-1],\\ (t^2-2)x(t), & t\in(-1,0].\end{cases}$
2.14	$C[-2,0]$	$C[-2,0]$	$(Ax)(t)=(t^2+t-1)x(t)$
2.15	$C[-2,2]$	$C[-2,2]$	$(Ax)(t)=te^t x(t)$
2.16	$L_3[-1,1]$	$L_3[-1,1]$	$(Ax)(t)=\sqrt[5]{1-\ }\ x(t)$
2.17	$L_5[1,2]$	$L_5[1,2]$	$(Ax)(t)=(t^2-t^4)x(t)$
2.18	$C[0,1]$	$C[0,1]$	$(Ax)(t)=(t^2-2t-1)x(t)$
2.19	$L_{3/2}[0,1]$	$L_{3/2}[0,1]$	$(Ax)(t)=(t^4-t^5)x(t)$
2.20	$L_1[-1,1]$	$L_1[-1,1]$	$(Ax)(t)=\cos\pi\ x(t)$
2.21	$L_{4/3}[0,2]$	$L_{4/3}[0,2]$	$(Ax)(t)=\begin{cases}t\sin t\ x(t), & t\in[0,1],\\ 0 & ,t\in]1,2].\end{cases}$
2.22	$C[-1,1]$	$C[-1,1]$	$(Ax)(t)=\begin{cases}(t^2-2t+1)x(t), & t\in[-1,0],\\ (t^3+1)x(t) & ,t\in]0,1].\end{cases}$
2.23	$C[-2,0]$	$C[-2,0]$	$(Ax)(t)=\begin{cases}tx(t) & ,t\in[-2,-1],\\ (t^2+2t)x(t), & t\in]-1,0].\end{cases}$
2.24	$C[0,1]$	$C[0,1]$	$(Ax)(t)=\ t^2-\ \ )x(t)$
2.25	$C[-1,1]$	$C[0,1]$	$(Ax)(t)=\ t^4-\ ^2)x(t)$

2.26	*L_2[0,1]*	*L_2[0,1]*	$(Ax)(t) = \ ^2x(t)$
2.27	*L_1[0,1]*	*L_1[0,1]*	$(Ax)(t) = (t^2 - \ )x(t)$
2.28	*L_2[-1,1]*	*L_2[-1,1]*	$(Ax)(t) = \ ^2x(t)$
2.29	*L_2[-1,1]*	*L_1[0,1]*	$(Ax)(t) = \ x(t)$
2.30	*L_3[0,1]*	*L_3[0,1]*	$(Ax)(t) = (1 - \ ^2)x(t)$
2.31	*C[-1,1]*	*C[0,1]*	$(Ax)(t) = (t^2 - \ )x(t)$
2.32	*L_3[-1,1]*	*L_2[-1,1]*	$(Ax)(t) = t\|x(t)$
2.33	*$C^{(1)}$[-1,1]*	*C[0,1]*	$(A\ )(t) = \ in\pi\ x(t)$
2.34	*L_4[0,1]*	*L_2[0,1]*	$(Ax)(t) = \sqrt{t}x(t)$
2.35	*C[-1,1]*	*C[-1,1]*	$(Ax)(t) = \begin{cases} (t^2+1)x(t), & t \in -1,0[\\ t^2+4t+1)x(t), & t \in 0,1] \end{cases}$
2.36	*C[0,1]*	*L_1[0,1]*	$(Ax)(t) = \ ^2x(t)$
2.37	*L_2[-1,1]*	*L_2[-1,1]*	$(Ax)(t) = \begin{cases} x(t), & t \in 0,1] \\ 0, & t \in -1,0[\end{cases}$
2.38	*L[-1,3]*	*L[-1,3]*	$(Ax)(t) = \begin{cases} (t-1)^3x(t), & t \in [-1,2), \\ (t^2-t)x(t), & t \in [2,3]. \end{cases}$
2.39	*$L_{9/2}$[1,4]*	*$L_{9/2}$[1,4]*	$(Ax)(t) = \begin{cases} (t^2+4t-3)x(t), & t \in [1,2.5), \\ 0\ , & t \in [2.5,4]. \end{cases}$

II. Диагональный оператор, действующий из l_p в l_p

2.1	$l_{3/2}$	$l_{3/2}$	$Ax = ((1+\ )x(1),\ldots,(1+\frac{1}{k})x(k),\ldots)$
2.2	$l_{5/4}$	$l_{5/4}$	$Ax = (\frac{x(1)}{2},\frac{x(2)}{\sqrt{2}},\ldots,\frac{x(k)}{\sqrt[k]{k}},\ldots)$
2.3	$l_{7/3}$	$l_{7/3}$	$Ax = (\sqrt{2}x(1),\sqrt[3]{3}x(2),\ldots,\sqrt[k+\ ]{k+\ }x(k),\ldots$
2.4	$l_{5/2}$	$l_{5/2}$	$Ax = (\frac{x(1)}{5},\frac{x(2)}{5^2},\ldots,\frac{x(k)}{k^k},\ldots)$
2.5	$l_{5/4}$	$l_{5/4}$	$Ax = (0,0,0,\frac{x(4)}{2},0,\ldots,(1-\frac{1}{k})x(2k),\ldots$
2.6	$l_{\sqrt{10}}$	$l_{\sqrt{10}}$	$Ax = (cos\frac{2\pi}{3}x(1),\ldots,cos^k\frac{2\pi\ }{3}x(k),\ldots)$
2.7	l_1	l_1	$Ax = (0,0\frac{x(3)}{2},\frac{x(4)}{2^2},\ldots,\frac{x(k)}{2^k},\ldots)$
2.8	$l_{3/2}$	$l_{3/2}$	$Ax = (x(1),\sqrt{2}x(2),\ldots,\sqrt[k]{k}x(k),\ldots)$
2.9	l_6	l_6	$Ax = (0,\frac{e^2}{1+\ ^2}x(2),\ldots,\frac{e^k}{1+\ ^k}x(k),\ldots)$
2.10	$l_{5/2}$	$l_{5/2}$	$Ax = (\frac{x(1)}{2},\frac{2x(2)}{\sqrt{2}},\ldots,\frac{2x(k)}{\sqrt[k]{k}},\ldots)$

2.11	$l_{7/3}$	$l_{7/3}$	$Ax=\left(\frac{\sqrt{2}}{2}x(1),\frac{\sqrt[3]{3}}{3}x(2),\dots,\frac{\sqrt[k+1]{k+1}}{k+1}x(k),\dots\right)$
2.12	l_5	l_5	$Ax=\left(\frac{3x(1)}{5},\frac{3^2x(2)}{5^2},\dots,\frac{3^kx(k)}{5^k},\dots\right)$
2.13	$l_{5/4}$	$l_{5/4}$	$Ax=\left(0,x(1),\frac{1}{2}x(2),\dots,\left(1-\frac{1}{k}\right)x(k),\dots\right)$
2.14	l_4	l_4	$Ax=\left(\left\|\cos\frac{2\pi}{3}\right\|x(1),\dots,\left\|\cos^k\frac{2\pi}{3}\right\|x(k),\dots\right)$
2.15	l_7	l_7	$Ax=\left(0,0\frac{x(1)}{2},\frac{x(2)}{2^2},\dots,\frac{x(k)}{2^k},\dots\right)$
2.16	l_6	l_6	$Ax=\left(0,\frac{x(1)}{\sqrt{3}},\frac{x(2)}{\sqrt{4}},\dots,\frac{x(k)}{\sqrt{k+2}},\dots\right)$
2.17	$l_{7/2}$	$l_{7/2}$	$Ax=\left(\frac{1x(1)}{1+1},\frac{2x(2)}{1+2},\dots,\frac{kx(k)}{1+k},\dots\right)$
2.18	l_2	l_2	$Ax=(0,x(1),x(2),\dots)$
2.19	l_3	l_3	$Ax=(x(2),x(3),x(4),\dots)$
2.20	c_0	c_0	$Ax=(x(1),x(2),\dots,x(n),0,0,\dots)$
2.21	l_4	l_4	$Ax=\left(\frac{x(1)}{1},\frac{x(2)}{2},\frac{x(3)}{3},\dots\right)$
2.22	l_2	l_2	$Ax=\left(0,\frac{x(1)}{2^0},\frac{x(2)}{2^1},\frac{x(3)}{2^2},\dots\right)$
2.23	l_1	l_1	$Ax=\left(0,0,\frac{x(2)}{2},\frac{x(3)}{3},\frac{x(4)}{4},\dots\right)$
2.24	l_2	l_2	$Ax=\left((1+1)x(1),\dots,\left(1+\frac{1}{n}\right)^n x(n),\dots\right)$
2.25	c	c	$Ax=\left(\frac{1}{1+1}x(1),\dots,\frac{n}{n+1}x(n),\dots\right)$
2.26	c_0	c	$Ax=\left(1\cdot\sin\frac{1}{1}x(1),\dots,n\sin\frac{1}{n}x(n),\dots\right)$
2.27	l_∞	l_∞	$Ax=(x(1),0,x(2),0,x(3),0,\dots)$
2.28	l_2	l_2	$Ax=(\lambda_1x(1),\lambda_2x(2),\lambda_3x(3),\dots)$ где $\|\lambda_n\|\le M, n\in\mathbf{N}$
2.29	$l_{\sqrt{7}/2}$	$l_{\sqrt{7}/2}$	$Ax=\left(\frac{x(1)}{1+1},\frac{x(2)}{1+2},\dots,\frac{x(k)}{1+k},\dots\right)$

Ш. Оператор замены переменной

2.1	$L_3[0,1]$	$L_3[0,1]$	$(Ax)(t)=t^5x(t^{3/5})$
2.2	$C[0,1]$	$C[0,1]$	$(Ax)(t)=(t^4-t^8)x(t^3)$
2.3	$L_2[0,1]$	$L_2[0,1]$	$(Ax)(t)=x(\sqrt[8]{t})$
2.4	$L_{\sqrt{3}}[-1,1]$	$L_{\sqrt{3}}[-1,1]$	$(Ax)(t)=x(\sqrt[3]{t})$
2.5	$L_4[0,1]$	$L_4[0,1]$	$(Ax)(t)=tx(t^3)$

2.6	$C[-1,1]$	$C[-1,1]$	$(Ax)(t)=(\sin^2 \pi\ )x(\sqrt[3]{t})$
2.7	$L_{3/2}[0,1]$	$L_{3/2}[0,1]$	$(Ax)(t)=(t^2-2t)x(\sqrt{t})$
2.8	$L_{5/3}[0,1]$	$L_{5/3}[0,1]$	$(Ax)(t)=(t-3t^2)x(\sqrt[3]{t})$
2.9	$C[-1,0]$	$C[-1,0]$	$(Ax)(t)=t^2 \ln t\, x(t^2)$
2.10	$C[1,2]$	$C[1,2]$	$(Ax)(t)=(t^2-3t)x(\sqrt{t})$
2.11	$L_2[0,1]$	$L_2[0,1]$	$(Ax)(t)=t^3x(t^{8/3})$
2.12	$L_2[0,1]$	$L_2[0,1]$	$(Ax)(t)=x(\sqrt[6]{t})$
2.13	$L_3[-1,1]$	$L_3[-1,1]$	$(Ax)(t)=x(\sqrt[5]{t})$
2.14	$L_4[0,1]$	$L_4[0,1]$	$(Ax)(t)=tx(t^{3/2})$
2.15	$C[-1,1]$	$C[-1,1]$	$(Ax)(t)=\sin \pi\ x(\sqrt[7]{t})$
2.16	$C[-1,0]$	$C[-1,0]$	$(Ax)(t)=t^2\sin t\, x(t^3)$
2.17	$C[0,1]$	$C[0,1]$	$(Ax)(t)=\ {}^2x(\sqrt{t})$
2.18	$C[-1,1]$	$C[0,1]$	$(Ax)(t)=(t^2-\ )x(t^2)$
2.19	$L_2[0,1]$	$L_2[0,1]$	$(Ax)(t)=tx(\sqrt{t})$
2.20	$L_2[0,1]$	$L_1[0,1]$	$(Ax)(t)=x(\sqrt[4]{t})$
2.21	$L_3[-1,1]$	$L_3[-1,1]$	$(Ax)(t)=x(\sqrt[3]{t})$
2.22	$L_3[-1,1]$	$L_2[0,1]$	$(Ax)(t)=t^2x(t^2)$
2.23	$L_2[-1,1]$	$L_1[-1,1]$	$(Ax)(t)=x(t^2)$
2.24	$C[0,2]$	$C[0,1]$	$(Ax)(t)=(t-1)tx(t^2+1)$
2.25	$L_4[0,2]$	$L_4[0,1]$	$(Ax)(t)=tx(t+1)$
2.26	$L_2[-1,1]$	$L_1[0,1]$	$(Ax)(t)=t^2x(t^2-\ )$
2.27	$C^{(1)}[0,2]$	$C^{(1)}[0,2]$	$(Ax)(t)=tx(t^2+\ )$
2.28	$L_{3/2}[0,1]$	$L_{3/2}[0,1]$	$(Ax)(t)=(t^2-\ )x(\sqrt{t})$
2.29	$L_4[0,1]$	$L_1[0,1]$	$(Ax)(t)=tx(\sqrt{t})$
2.30	$L_2[-1,1]$	$L_2[0,1]$	$(Ax)(t)=t^2x(t^2-\ )$

IV. Интегральный оператор, действующий из X в Y

2.1	$C[0,1]$	$C[0,1]$	$(Ax)(t)=\int_0^1 \sin\pi(t-s)x(s)dx$
2.2	$C[-2,1]$	$C[1,3]$	$(Ax)(t)=\int_{-2}^1 e^{t+s}sx(s)ds$
2.3	$C[-3,2]$	$C[-3,1]$	$(Ax)(t)=\int_{-3}^2 s^4\, \mathrm{sgn}\, s\cos ts(s)ds$

2.4	*C[-1,1]*	*C[0,2]*	$(Ax)(t)=\int_{-1}^{1} s^3 \ln(1+t)x(s)ds$
2.5	*C[0,1]*	*C[-1,2]*	$(Ax)(t)=\int_{0}^{1}\left(s-\frac{1}{2}\right)\cos tx(s)ds$
2.6	*C[-1,3]*	*C[-2,0]*	$(Ax)(t)=\int_{-1}^{1}(1-t)s^5 x(s)ds$
2.7	*C[0,1]*	*C[-1,2]*	$(Ax)(t)=\int_{0}^{1/2}(1+t-3s)x(s)ds$
2.8	*C[-1,5]*	*C[0,5]*	$(Ax)(t)=\int_{-1}^{2}(-s^2+4s^4+t)s^5 x(s)ds$
2.9	*C[-1,2]*	*C[3,5]*	$(Ax)(t)=\int_{-1}^{1}(ts+3s^2t^2)s^5 x(s)ds$
2.10	*C[-3,1]*	*C[0,2]*	$(Ax)(t)=\int_{-2}^{1}(t^2 s-2ts^3)s^5 x(s)ds$
2.11	*L_2[0,1]*	*L_1[0,1]*	$(\mathrm{A}x)(t)=\int_0^1 t^2 sx(s)ds$
2.12	*L_1[0,1]*	*L_1[0,1]*	$(\mathrm{A}x)(t)=\int_0^1 (t+1)sx(\sqrt{s})ds$
2.13	*C[0,1]*	*L_2[0,1]*	$(\mathrm{A}x)(t)=\int_0^1 (t+\ )x(\sqrt{s})ds$
2.14	*L_3[0,1]*	*C[-1,1]*	$(\mathrm{A}x)(t)=\int_0^1 ts^2 x(s^{1/3})ds$
2.15	*L_3[0,1]*	*L_2[-1,1]*	$(\mathrm{A}x)(t)=\int_0^1 t^2 sx(s)ds$
2.16	*C[-1,1]*	*L_1[0,1]*	$(\mathrm{A}x)(t)=\int_{-1}^1 t\,\mathrm{sign}\,s\,x(s)ds$
2.17	*L_2[0,1]*	*L_2[0,1]*	$(\mathrm{A}x)(t)=\int_0^1 t\cdot \lvert s\rvert x(\sqrt[4]{s})ds$
2.18	*L_2[0,2]*	*L_2[0,1]*	$(\mathrm{A}x)(t)=\int_0^2 (t+1)s^2 x(s^2)ds$
2.19	*C[0,2]*	*L_2[0,1]*	$(\mathrm{A}x)(t)=\int_0^2 \mathrm{sign}(s-1)x(s)ds+\ x(0)$

2.20	$L_2[-1,1]$	$L_2[0,1]$	$(\mathrm{A}x)(t) = \int_{-1}^{1}(t+1)s^2x(s^2)ds$
2.21	$C[0,1]$	$C[0,2]$	$(\mathrm{A}x)(t) = \int_{0}^{1}(t^2 + \ {}^2)x(s)ds$

V. Операторы, действующие из X в Y

2.1	$L_2[0,1]$	$L_{5/2}[0,1]$	$(\mathrm{A}x)(t) = \int_0^1 (t+1)s^2x(s^{1/2})ds$
2.2	$L_4[-1,1]$	$L_{5/3}[-1,2]$	$(\mathrm{A}x)(t) = \int_0^1 e^t s^2 x(s^{1/3})ds$
2.3	$L_3[-1,1]$	$L_2[0,1]$	$(\mathrm{A}x)(t) = tx(t^2)$
2.4	$L_{4/3}[-2,2]$	$L_3[-1,1]$	$(\mathrm{A}x)(t) = t^{-\ /5}x(\sqrt[3]{t})$
2.5	l_7	$l_{3/2}$	$Ax=\left(\frac{1}{3}x(1),\frac{1}{3^2}x(2),\ldots,\frac{1}{3^k}x(k),\ldots\right)$
2..6	$l_{5/2}$	l_2	$Ax=\left(x(1),\frac{1}{2}x(2),\ldots,\frac{1}{k}x(k),\ldots\right)$
2.7	l_3	$L_1[0,1]$	$(\mathrm{A}x)(t) = \sum_{k=1}^{\infty}\frac{x(k)t^k}{2^k}$
2.8	$C[-1,1]$	l_1	$(\mathrm{A}x)(t) = \left(\frac{1}{3}\int_{-1}^{1}tx(t)dt,\ldots,\frac{1}{3^k}\int_{-1}^{1}t^k x(k)dt,\ldots\right)$
2.9	$L_5[-1,1]$	$C[-1,1]$	$(\mathrm{A}x)(t) = \int_0^{1/2} e^t s^3 x(s^{3/2})ds$
2.10	$L_3[0,1]$	$L_{5/2}[-1,2]$	$(\mathrm{A}x)(t) = \int_0^{1/2} ts^2 x(s^{3/2})ds$
2.11	$L_3[0,1]$	$L_{3/2}[0,1]$	$(\mathrm{A}x)(t) = \int_0^1 (t+1)sx(s^{1/2})ds$
2.12	$L_4[-1,1]$	$L_{5/3}[-1,2]$	$(\mathrm{A}x)(t) = \int_{-1}^{1} t^2 s^2 x(\sqrt[3]{s})ds$
2.13	$L_3[-1,1]$	$L_2[0,1]$	$(\mathrm{A}x)(t) = tx(t)$
2.14	$L_{4/3}[-2,2]$	$L_{-1}[-1,1]$	$(\mathrm{A}x)(t) = t^{-\frac{1}{5}}x(t^{1/3})$
2.15	l_5	l_3	$Ax=\left(\frac{2}{3}x(1),\frac{2^2}{3^2}x(2),\ldots,\frac{2^k}{3^k}x(k),\ldots\right)$
2.16	$l_{5/2}$	l_2	$Ax=\left(x(1),\frac{1}{2^2}x(2),\ldots,\frac{1}{k^2}x(k),\ldots\right)$

2.17	$L_2[-1,1]$	$l_{5/2}$	$(\mathrm{A}x)(t) = \left(\frac{1}{3}\int_{-1}^{1} tx(t)dt, \dots, \frac{1}{3^k}\int_{-1}^{1} t^k x(k)dt, \dots \right)$
2.18	$L_3[0,1]$	$C[-1,1]$	$(\mathrm{A}x)(t) = \int_0^{1/2} ts^2 x(\sqrt[3]{s^2})ds$
2.19	$L_3[0,1]$	$L_{5/2}[-1,2]$	$(\mathrm{A}x)(t) = \int_0^{1/2} ts^2 x(\sqrt[3]{s^2})ds$
2.20	l_1	l_∞	$Ax = \left(\sum_{k=1}^{\infty} x(k), \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{\infty} \frac{x(k)}{2^k}, \dots, \frac{1}{2^n}\sum_{k=1}^{\infty} \frac{x(k)}{n^k}, \dots \right)$
2.21	$C[0,1]$	$L_3[0,1]$	$(\mathrm{A}x)(t) = \int_0^1 sign(s - \frac{1}{2}) \circ x(s)ds - x(1)$
2.22	$C[-1,1]$	$L_{5/2}[0,1]$	$(\mathrm{A}x)(t) = \int_0^1 (t + \quad)x(\sqrt{s})ds + x(0)$
2.23	l_2	c	$Ax = \left(\frac{x(2)}{2}, \frac{x(3)}{3}, \frac{x(4)}{4}, \dots \right)$
2.24	l_2	l_∞	$Ax = \left(\frac{x(1)}{1}, \frac{x(2)}{2}, \frac{x(3)}{3}, \dots \right)$
2.25	l_1	c_0	$Ax = 0, x(1), x(2), \dots)$
2.26	l_1	l_2	$Ax = \left(\sum_{k=1}^{\infty} x(k), \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{\infty} \frac{x(k)}{2^k}, \dots, \frac{1}{2^n}\sum_{k=1}^{\infty} \frac{x(k)}{n^k}, \dots \right)$
2.27	$C[0,1]$	$L_3[0,1]$	$(\mathrm{A}x)(t) = \int_0^1 sign(s - \frac{1}{2}) \circ x(s)ds - x(1)$
2.28	$C[-1,1]$	$L_{5/2}[0,1]$	$(\mathrm{A}x)(t) = \int_0^1 (t + \quad)x(\sqrt{s})ds + x(0)$
2.29	$L_3[-1,1]$	l_∞	$(\mathrm{A}x)(t) = \left(\frac{1}{3}\int_{-1}^{1} tx(t)dt, \dots, \frac{1}{3^k}\int_{-1}^{1} t^k x(k)dt, \dots \right)$

3. Для последовательности операторов $(A_n) \subset B(X,Y);\ X,Y \in Norm$ и $A \in B(X,Y)$ установить:

1) сходится ли (A_n) поточечно (сильно) к оператору A;
2) *сходится ли* (A_n) по норме к оператору A?

	E_1	E_2	A_n	A
3.1	l_1	l_1	$A_n x = (x(1), \dots, x(n), 0, 0, \dots)$	1_{l_1}
3.2	l_2	l_2	$A_n x = \left((1 + \frac{1}{n})x(1), \dots, (1 + \frac{1}{n}x(n), \dots \right)$	1_{l_1}
3.3	c_0	c_0	$A_n x = (0, \dots, 0, x(n), 0, 0, \dots)$	0

3.4	$C[0,1]$	$C[0,1]$	$(A_n x)(t)=x\left(\left(1+\frac{1}{n}\right)t\right)$	$1_{C[0,1]}$
3.5	$C[0,1]$	$C[0,1]$	$(A_n x)(t)=\left(t^{n}-t^{2n}\right)x(t)$	0
3.6	$C^{(1)}[0,1]$	$C[0,1]$	$(A_n x)(t)=\left(t^{n}-t^{2n}\right)x(t)$	0
3.7	$C^{(1)}[0,3]$	$C[1,2]$	$(A_n x)(t)=n\left[x\left(t+\frac{1}{n}\right)-x(t)\right]$	$\frac{d}{dt}$
3.8	$C^{(2)}[0,3]$	$C[1,2]$	$(A_n x)(t)=n\left[x\left(t+\frac{1}{n}\right)-x(t)\right]$	$\frac{d}{dt}$
3.9	$C^{(1)}[0,2]$	$C[0,1]$	$(A_n x)(t)=\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{n}x\left(t+\frac{k}{n^2}\right)$	$Ax=x$
3.10	l_2	l_2	$A_n x=(0,\ldots,0,x(n+1),x(n+2),\ldots)$	0
3.11	$L_2[0,1]$	$L_1[0,1]$	$(A_n x)(t)=\left(1-t^{n}\right)x(t)$	$Ax=x$
3.12	$L_2[0,1]$	$L_2[0,1]$	$(A_n x)(t)=\left(1-t^{n}\right)x(t)$	$1_{L_2[0,1]}$
3.13	$C^{(1)}[0,1]$	$L_2[0,1]$	$(A_n x)(t)=x\left(\left(1+\frac{1}{n}\right)t\right)$	$Ax=x$
3.14	$C[0,1]$	$L_1[0,1]$	$(A_n x)(t)=\frac{[nx(t)]}{n}$	$Ax=x$
3.15	$C^{(2)}[0,3]$	$C[1,2]$	$(A_n x)(t)=$ $=n\left[x\left(t-\frac{1}{n}\right)-2x(t)+x\left(t+\frac{1}{n}\right)\right]$	0