Идз-1
ВЫЧИСЛЕНИЕ ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ

№1. Найти область определения указанных функций.

1.1. $z = 3xy/(2x-5y)$.
1.2. $z = \arcsin(x-y)$.
1.3. $z = \sqrt{y^2 - x^2}$.
1.4. $z = \ln(4 - x^2 - y^2)$.
1.5. $z = 2/(6 - x^2 - y^2)$.
1.6. $z = \sqrt{x^2 + y^2 - 5}$.
1.7. $z = \arccos(x+y)$
1.8. $z = 3x + y/(2 - x + y)$.
1.9. $z = \sqrt{9 - x^2 - y^2}$.
1.10. $z = \ln(x^2 + y^2 - 3)$.
1.11. $z = \sqrt{2x^2 - y^2}$.
1.12. $z = 4xy/(x - 3y + 1)$.
1.13. $z = \sqrt{xy}(x^2 + y^2)$.
1.14. $z = \arcsin(x/y)$.
1.15. $z = \ln(y^2 - x^2)$.
1.16. $z = x^3 y/(3 + x - y)$.
1.17. $z = \arccos(x + 2y)$.
1.18. $z = \arcsin(2x - y)$.
1.19. $z = \ln(9 - x^2 - y^2)$.
1.20. $z = \sqrt{3 - x^2 - y^2}$.
1.21. $z = 1/\sqrt{x^2 + y^2 - 5}$.
1.22. $z = 4x + y/(2x - 5y)$.
1.23. $z = \sqrt{3x - 2y}/(x^2 + y^2 + 4)$.
1.24. $z = 5/(4 - x^2 - y^2)$.
1.25. $z = \ln(2x - y)$.
1.26. $z = 7x^3 y/(x - 4y)$.
1.27. $z = \sqrt{1 - x - y}$.
1.28. $z = e^{\sqrt{x^2 + y^2 - 1}}$.
1.29. $z = 1/(x^2 + y^2 - 6)$.
1.30. $z = 4xy/(x^2 - y^2)$.

№2. Найти частные производные и частные дифференциалы следующих функций.

2.1. $z = \ln(y^2 - e^{-x})$.
2.2. $z = \arcsin\sqrt{xy}$.
2.3. $z = \operatorname{arctg}(x^2 + y^2)$.
2.4. $z = \cos(x^3 - 2xy)$.
2.5. $z = \sin\sqrt{y/x^3}$.
2.6. $z = \operatorname{tg}(x^3 + y^2)$.
2.7. $z = \operatorname{ctg}\sqrt{xy^3}$.
2.8. $z = e^{-x^2 + y^2}$.
2.9. $z = \ln(3x^2 - y^4)$.
2.10. $z = \arccos(y/x)$.
2.11. $z = \operatorname{arcctg}(xy^2)$.
2.12. $z = \cos\sqrt{x^2 + y^2}$.
2.13. $z = \sin\sqrt{x - y^3}$.
2.14. $z = \operatorname{tg}(x^3 y^4)$.
2.15. $z = \operatorname{ctg}(3x - 2y)$.
2.16. $z = e^{2x^2 - y^5}$.
2.17. $z = \ln(\sqrt{xy} - 1)$.
2.18. $z = \arcsin(2x^3 y)$.
2.19. $z = \operatorname{arctg}(x^2/y^3)$.
2.20. $z = \cos(x - \sqrt{xy^3})$.
2.21. $z = \sin\dfrac{x+y}{x-y}$.
2.22. $z = \operatorname{tg}\dfrac{2x - y^2}{x}$.
2.23. $z = \operatorname{ctg}\sqrt{\dfrac{x}{x-y}}$.
2.24. $z = e^{-\sqrt{x^2 + y^2}}$.
2.25. $z = \ln(3x^2 - y^2)$.
2.26. $z = \arccos(x - y^2)$.
2.27. $z = \operatorname{arcctg}\dfrac{x^3}{y}$.
2.28. $z = \cos\dfrac{x-y}{x^2+y^2}$.

2.29. $z = \sin\sqrt{\frac{y}{x+y}}$.

2.30. $z = e^{-(x^3+y^3)}$.

№3. Вычислить значения частных производных $f'_x(M_0)$, $f'_y(M_0)$, $f'_z(M_0)$ для данной функции $f(x,y,z)$ в точке $M_0(x_0,y_0,z_0)$ с точностью до двух знаков после запятой.

3.1. $f(x,y,z) = z/\sqrt{x^2+y^2}$. $M_0(0,-1,1)$.

3.2. $f(x,y,z) = \ln(x + \frac{y}{2z})$. $M_0(1,2,1)$.

3.3. $f(x,y,z) = (\sin x)^{yz}$. $M_0(\frac{\pi}{6},1,2)$.

3.4. $f(x,y,z) = \ln(x^3 + 2y^3 - z^3)$. $M_0(2,1,0)$.

3.5. $f(x,y,z) = x/\sqrt{y^2+z^2}$. $M_0(1,0,1)$.

3.6. $f(x,y,z) = \ln\cos(x^2y^2 + z)$. $M_0(0,0,\frac{\pi}{4})$.

3.7. $f(x,y,z) = 27\sqrt[3]{x + y^2 + z^3}$. $M_0(3,4,2)$.

3.8. $f(x,y,z) = arctg(xy^2 + z)$. $M_0(2,1,0)$.

3.9. $f(x,y,z) = \arcsin(x^2/y - z)$. $M_0(2,5,0)$.

3.10. $f(x,y,z) = \sqrt{z}\sin(y/x)$. $M_0(2,0,4)$.

3.11. $f(x,y,z) = y/\sqrt{x^2+z^2}$. $M_0(-1,1,0)$.

3.12. $f(x,y,z) = arctg(xz/y^2)$. $M_0(2,1,1)$.

3.13. $f(x,y,z) = \ln\sin(x - 2y + z/4)$. $M_0(1,1/2,\pi)$.

3.14. $f(x,y,z) = \frac{y}{x} + \frac{z}{y} - \frac{x}{z}$. $M_0(1,1,2)$.

3.15. $f(x,y,z) = 1/\sqrt{x^2+y^2-z^2}$. $M_0(1,2,2)$.

3.16. $f(x,y,z) = \ln(x + y^2) - \sqrt{x^2z^2}$. $M_0(5,2,3)$.

3.17. $f(x,y,z) = \sqrt{z}x^y$. $M_0(1,2,4)$.

3.18. $f(x,y,z) = -z/\sqrt{x^2+y^2}$. $M_0(\sqrt{2},\sqrt{2},\sqrt{2})$.

3.19. $f(x,y,z) = \ln(x^3 + \sqrt[3]{y} - z)$. $M_0(2,1,8)$.

3.20. $f(x,y,z) = z/(x^4 + y^2)$. $M_0(2,3,25)$.

3.21. $f(x,y,z) = 8\sqrt[5]{x^3 + y^2 + z}$. $M_0(3,2,1)$.

3.22. $f(x,y,z) = \ln(\sqrt[5]{x} + \sqrt[4]{y} - z)$. $M_0(1,1,1)$.

3.23. $f(x,y,z) = -2x/\sqrt{y^2+z^2}$. $M_0(3,0,1)$.

3.24. $f(x,y,z) = ze^{-(x^2+y^2)/2}$. $M_0(0,0,1)$.

3.25. $f(x,y,z) = \frac{\sin(x-y)}{z}$. $M_0(\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{3},\sqrt{3})$.

3.26. $f(x,y,z) = \sqrt{z}\ln(\sqrt{x} + \sqrt{y})$. $M_0(4,1,4)$.

3.27. $f(x,y,z) = xz/(x-y)$. $M_0(3,1,1)$.

3.28. $f(x,y,z) = \sqrt{x^2 + y^2 - 2xy\cos z}$. $M_0(3,4,\frac{\pi}{2})$.

3.29. $f(x,y,z) = ze^{-xy}$. $M_0(0,1,1)$.

3.30. $f(x,y,z) = \arcsin(x\sqrt{y}) - yz^2$. $M_0(0,4,1)$.

№4. Найти полные дифференциалы указанных функций.

4.1. $z = 2x^3y - 4xy^3$.
4.2. $z = x^2y\sin x - 3y$.
4.3. $z = \mathrm{arctg}\, x + \sqrt{y}$.
4.4. $z = \arcsin(xy) - 3xy^2$.
4.5. $z = 5xy^4 + 2x^2y^7$.
4.6. $z = \cos(x^2 - y^2) + x^3$.
4.7. $z = \ln(3x^2 - 2y^2)$.
4.8. $z = 5xy^2 - 3x^3y^4$.
4.9. $z = \arcsin(x + y)$.
4.10. $z = \mathrm{arctg}(2x - y)$.
4.11. $z = 7x^3y - \sqrt{xy}$.
4.12. $z = \sqrt{x^2 + y^2 - 2xy}$.
4.13. $z = e^{x+y-4}$.
4.14. $z = \cos(3x + y) - x^2$.
4.15. $z = \mathrm{tg}\frac{x+y}{x-y}$.
4.16. $z = \mathrm{ctg}\frac{y}{x}$.
4.17. $z = xy^4 - 3x^2y + 1$.
4.18. $z = \ln(x + xy - y^2)$.
4.19. $z = 2x^2y^2 + x^3 - y^3$.
4.20. $z = \sqrt{3x^2 - 2y^2 + 5}$.
4.21. $z = \arcsin\frac{x+y}{x}$.
4.22. $z = \mathrm{arcctg}(x - y)$.
4.23. $z = \sqrt{3x^2 - y^2 + x}$.
4.24. $z = y^2 - 3xy - x^4$.
4.25. $z = \arccos(x + y)$.
4.26. $z = \ln(y^2 - x^2 + 3)$.
4.27. $z = 2 - x^3 - y^3 + 5x$.
4.28. $z = 7x - x^3y^2 + y^4$.
4.29. $z = e^{y-x}$.
4.30. $z = \mathrm{arctg}(2x - y)$

№5. Вычислить значение производной сложной функции $u = u(x,y)$, где $x = x(t)$, $y = y(t)$, при $t = t_0$ с точность до двух знаков после запятой.

5.1. $u = e^{x-2y}$, $x = \sin t$, $y = t^3$, $t_0 = 0$.

5.2. $u = \ln(e^x + e^{-y}$, $x = t^2$, $y = t^3$, $t_0 = -1$.

5.3. $u = y^x$, $x = \ln(t-1)$, $y = e^{t/2}$, $t_0 = 2$.

5.4. $u = e^{y-2x+2}$, $x = \sin t$, $y = \cos t$, $t_0 = \pi/2$.

5.5. $u = x^2e^y$, $x = \cos t$, $y = \sin t$, $t_0 = \pi$.

5.6. $u = \ln(e^x + e^y)$, $x = t^2$, $y = t^3$, $t_0 = 1$.

5.7. $u = x^y$, $x = e^t$, $y = \ln t$, $t_0 = 1$.

5.8. $u = e^{y-2x}$, $x = \sin t$, $y = t^3$, $t_0 = 0$.

5.9. $u = x^2e^{-y}$, $x = \sin t$, $y = \sin^2 t$, $t_0 = \pi/2$.

5.10. $u = \ln(e^{-x} + e^y)$, $x = t^2$, $y = t^3$, $t_0 = -1$.

5.11. $u = e^{y-2x-1},\ x = \cos t,\ y = \sin t,\ t_0 = \pi/2.$

5.12. $u = \arcsin(x/y),\ x = \sin t,\ y = \cos t,\ t_0 = \pi.$

5.13. $u = \arccos(2x/y),\ x = \sin t,\ y = \cos t,\ t_0 = \pi.$

5.14. $u = x^2/(y+1),\ x = 1-2t,\ y = \operatorname{arctg} t,\ t_0 = 0.$

5.15. $u = x/y,\ x = e^t,\ y = 2 - e^{2t},\ t_0 = 0.$

5.16. $u = \ln(e^{-x} + e^{-2y}),\ x = t^2,\ y = \frac{1}{3}t^3,\ t_0 = 1.$

5.17. $u = \sqrt{x + y^2 + 3},\ x = \ln t,\ y = t^2,\ t_0 = 1.$

5.18. $u = \arcsin(x^2/y),\ x = \sin t,\ y = \cos t,\ t_0 = \pi.$

5.19. $u = y^2/x,\ x = 1-2t,\ y = 1 + \operatorname{arctg} t,\ t_0 = 0.$

5.20. $u = \frac{y}{x} - \frac{x}{y},\ x = \sin t,\ y = \cos t,\ t_0 = \frac{\pi}{4}.$

5.21. $u = \sqrt{x^2 + y + 3},\ x = \ln t,\ y = t^2,\ t_0 = 1.$

5.22. $u = \arcsin\frac{x}{2y},\ x = \sin t,\ y = \cos t,\ t_0 = \pi.$

5.23. $u = \frac{x}{y} - \frac{y}{x},\ x = \sin 2t,\ y = tg^2 t,\ t_0 = \frac{\pi}{4}.$

5.24. $u = \sqrt{x + y + 3},\ x = \ln t,\ y = t^2,\ t_0 = 1.$

5.25. $u = y/x,\ x = e^t,\ y = 1 - e^{2t},\ t_0 = 0.$

5.26. $u = \arcsin(2x/y),\ x = \sin t,\ y = \cos t,\ t_0 = \pi.$

5.27. $u = \ln(e^{2x} + e^y),\ x = t^2,\ y = t^4,\ t_0 = 1.$

5.28. $u = \operatorname{arctg}(x+y),\ x = t^2 + 2,\ y = 4 - t^2,\ t_0 = 1.$

5.29. $u = \sqrt{x^2 + y^2 + 3},\ x = \ln t,\ y = t^3,\ t_0 = 1.$

5.30. $u = \operatorname{arctg}(xy),\ x = t + 3,\ y = e^t,\ t_0 = 0.$

№6. Вычислить значения частных производных функции $z(x,y)$, заданной неявно, в данной точке $M_0(x_0, y_0, z_0)$ с точность до двух знаков после запятой.

6.1. $x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz = 4,\ M_0(2,1,1).$

6.2. $x^2 + y^2 + z^2 - xy = 2,\ M_0(-1,0,1).$

6.3. $3x - 2y + z = xz + 5,\ M_0(2,1,-1).$

6.4. $e^z + x + 2y + z = 4,\ M_0(1,1,0).$

6.5. $x^2 + y^2 + z^2 - z - 4 = 0,\ M_0(1,1,-1).$

6.6. $z^3 + 3xyz + 3y = 7,\ M_0(1,1,1).$

6.7. $\cos^2 x + \cos^2 y + \cos^2 z = \frac{3}{2},\ M_0(\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \frac{\pi}{4}).$

6.8. $e^{z-1} = \cos x \cos y + 1,\ M_0(0, \frac{\pi}{2}, 1).$

6.9. $x^2 + y^2 + z^2 - 6x = 0,\ M_0(1,2,1).$

6.10. $xy = z^2 - 1,\ \ M_0(0,1,-1).$

6.11. $x^2 - 2y^2 + 3z^2 - yz + y = 2,\ \ M_0(1,1,1).$

6.12. $x^2 + y^2 + z^2 + 2xz = 5,\ \ M_0(0,2,1).$

6.13. $x\cos y + y\cos z + z\cos x = \pi/2,\ \ M_0(0,\pi/2,\pi).$

6.14. $3x^2y^2 + 2xyz^2 - 2x^3z + 4y^3z = 4,\ \ M_0(2,1,2).$

6.15. $x^2 - 2y^2 + z^2 - 4x + 2z + 2 = 0,\ \ M_0(1,1,1).$

6.16. $x + y + z + 2 = xyz,\ \ M_0(2,-1,-1).$

6.17. $x^2 + y^2 + z^2 - 2xz = 2,\ \ M_0(0,1,-1).$

6.18. $e^z - xyz - x + 1 = 0,\ \ M_0(2,1,0).$

6.19. $x^3 + 2y^3 + z^3 - 3xyz - 2y - 15 = 0,\ \ M_0(1,-1,2).$

6.20. $x^2 - 2xy - 3y^2 + 6x - 2y + z^2 - 8z + 20 = 0,\ \ M_0(0,-2,2).$

6.21. $x^2 + y^2 + z^2 = y - z + 3,\ \ M_0(1,2,0).$

6.22. $x^2 + y^2 + z^2 + 2xy - yz - 4x - 3y - z = 0,\ \ M_0(1,-1,1).$

6.23. $x^2 - y^2 - z^2 + 6z + 2x - 4y + 12 = 0,\ \ M_0(0,1,-1).$

6.24. $\sqrt{x^2 + y^2} + z^2 - 3z = 3,\ \ M_0(4,3,1).$

6.25. $x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 59,\ \ M_0(3,1,4).$

6.26. $x^2 + y^2 + z^2 - 2xy - 2xz - 2yz = 17,\ \ M_0(-2,-1,2).$

6.27. $x^3 + 3xyz - z^3 = 27,\ \ M_0(3,1,3).$

6.28. $\ln z = x + 2y - z + \ln 3,\ \ M_0(1,1,3).$

6.29. $2x^2 + 2y^2 + z^2 - 8xz - z + 6 = 0,\ \ M_0(2,1,1).$

6.30. $z^2 = xy - z + x^2 - 4,\ \ M_0(2,1,1).$

Идз-2
ЧАСТНЫЕ ПРОИЗВОДНЫЕ ВЫСШИХ ПОРЯДКОВ

№1. Найти уравнение касательной плоскости и нормали к заданной поверхности Q в точке $M_0(x_0;y_0;z_0)$.

1.1. $x^2+y^2+z^2+6z-4x+8=0, M_0(2,1,-1)$.
1.2. $x^2-4y^2+z^2=-2xy, M_0(-2,1,2)$.
1.3. $x^2+y^2+z^2-xy+3z=7, M_0(1,2,1)$.
1.4. $x^2+y^2+z^2+6y+4x=8, M_0(-1,1,2)$.
1.5. $2x^2-y^2+z^2-4z+y=13, M_0(2,1,-1)$.
1.6. $x^2+y^2+z^2-6y+4z+4=0, M_0(2,1,-1)$.
1.7. $x^2+z^2-5yz+3y=46, M_0(1,2,-3)$.
1.8. $x^2+y^2-xz-yz=0, M_0(0,2,2)$.
1.9. $x^2+y^2+2yz-z^2+y-2z=2, M_0(1,1,1)$.
1.10. $x^2+y^2-z^2-2xz+2x=z, M_0(1,1,1)$.
1.11. $z=x^2+y^2-2xy+2x-y, M_0(-1,-1,-1)$.
1.12. $z=-x^2+y^2+2xy-3y, M_0(1,-1,1)$.
1.13. $z=x^2-y^2-2xy-x-2y, M_0(-1,1,1)$.
1.14. $x^2-2y^2+z+xz-4y=13, M_0(3,1,2)$.
1.15. $4y^2-z^2+4xy-xz+3z=9, M_0(1,-2,1)$.
1.16. $z=x^2+y^2-3xy-x+y+2, M_0(2,1,0)$.
1.17. $2x^2-y^2+2z^2+xy+xz=3, M_0(1,2,1)$.
1.18. $x^2-y^2+z^2-4x+2y=14, M_0(3,1,4)$.
1.19. $x^2+y^2-z^2+xz+4y=4, M_0(1,1,2)$.
1.20. $x^2-y^2-z^2+xz+4x=-5, M_0(-2,1,0)$.
1.21. $x^2+y^2-xz+yz-3x=11, M_0(1,4,-1)$.
1.22. $x^2+2y^2+z^2-4xz=8, M_0(0,2,0)$.
1.23. $x^2-y^2-2z^2-2y=0, M_0(-1,-1,1)$.
1.24. $x^2+y^2-3z^2+xy=-2z, M_0(1,0,1)$.
1.25. $2x^2-y^2+z^2-6x+2y+6=0, M_0(1,-1,1)$.
1.26. $x^2+y^2-z^2+6xy-z=8, M_0(1,1,0)$.
1.27. $z=2x^2-3y^2+4x-2y+10, M_0(-1,1,3)$.
1.28. $z=x^2+y^2-4xy+3x-15, M_0(-1,3,4)$.
1.29. $z=x^2+2y^2+4xy-5y-10, M_0(-7,1,8)$.
1.30. $z=2x^2-3y^2+xy+3x+1, M_0(1,-1,2)$.

№2. Найти частные производные указанных функций. Убедится, что $z''_{xy}=z''_{yx}$.

2.1. $z=e^{x^2-y^2}$

2.2. $z=\operatorname{ctg}(x+y)$.

2.3. $z = \mathrm{tg}(x/y)$.
2.4. $z = \cos(xy^2)$.
2.5. $z = \sin(x^2 - y)$.
2.6. $z = \mathrm{arctg}(x + y)$.
2.7. $z = \arcsin(x - y)$.
2.8. $z = \arccos(2x + y)$.
2.9. $z = \mathrm{arcctg}(x - 3y)$.
2.10. $z = \ln(3x^2 - 2y^2)$.
2.11. $z = e^{2x^2 - y^2}$.
2.12. $z = \mathrm{ctg}(y/x)$.
2.13. $z = \mathrm{tg}\sqrt{xy}$.
2.14. $z = \cos(x^2y^2 - 5)$.
2.15. $z = \sin\sqrt{x^3y}$.
2.16. $z = \arcsin(x - 2y)$.
2.17. $z = \arccos(4x - y)$.
2.18. $z = \mathrm{arctg}(5x + 2y)$.
2.19. $z = \mathrm{arctg}(2x - y)$.
2.20. $z = \ln(4x^2 - 5y^3)$.
2.21. $z = e^{\sqrt{x - y}}$.
2.22. $z = \arcsin(4x + y)$.
2.23. $z = \arccos(x - 5y)$.
2.24. $z = \sin\sqrt{xy}$.
2.25. $z = \cos(3x^2 - y^3)$.
2.26. $z = \mathrm{arctg}(3x + 2y)$.
2.27. $z = \ln(5x^2 - 3y^4)$.
2.28. $z = \mathrm{arcctg}(x - 4y)$.
2.29. $z = \ln(3xy - 4)$.
2.30. $z = \mathrm{tg}(xy^2)$.

№3. Проверить, удовлетворяет ли указанному уравнению данная функция u.

3.1. $x^2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2xy\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial y} + y^2\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0, u = \frac{y}{x}$.

3.2. $x\frac{\partial u}{\partial x} + y\frac{\partial u}{\partial y} = 3(x^3 - y^3), u = \ln\frac{y}{x} + x^3 - y^3$.

3.3. $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0, u = \ln(x^2 + (y+1)^2)$.

3.4. $y\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial y} = (1 + y\ln x)\frac{\partial u}{\partial x}, u = x^y$.

3.5. $x\frac{\partial u}{\partial x} + y\frac{\partial u}{\partial y} = 2u, u = \frac{xy}{x + y}$.

3.6. $x^2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + y^2\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0, u = e^{xy}$.

3.7. $a^2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}, u = \sin^2(x - ay)$.

3.8. $x^2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - y^2\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0, u = \sqrt{\frac{y}{x}}$.

3.9. $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = 0, u = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$.

3.10. $a^2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}, u = e^{-\cos(x+ay)}$.

3.11. $\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial z} = 0, u = (x - y)(y - z)(z - x)$.

3.12. $x\frac{\partial u}{\partial x} + y\frac{\partial u}{\partial y} = u, u = x\ln\frac{y}{x}$.

3.13. $y\frac{\partial u}{\partial x}-x\frac{\partial u}{\partial y}=0, u=\ln(x^2+y^2)$.

3.14. $x^2\frac{\partial u}{\partial x}-xy\frac{\partial u}{\partial y}+y^2=0, u=\frac{y^3}{3x}+\arcsin(xy)$.

3.15. $x^2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}-2xy\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}+y^2\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+2xy, u=0, u=e^{xy}$.

3.16. $\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}=0, u=\mathrm{arctg}\frac{x+y}{1-xy}$.

3.17. $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}=0, u=\ln(x^2+y^2+2x+1)$.

3.18. $x\frac{\partial u}{\partial x}+y\frac{\partial u}{\partial y}+u=0, u=\frac{2x+3y}{x^2+y^2}$.

3.19. $\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2+\left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)^2=1, u=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$.

3.20. $x\frac{\partial u}{\partial x}+y\frac{\partial u}{\partial y}=2u, u=(x^2+y^2)tg\frac{x}{y}$.

3.21. $9\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}=0, u=e^{-(x+3y)}\sin(x+3y)$.

3.22. $x^2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+2xy\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}+y^2\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}=0, u=xe^{y/x}$.

3.23. $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}=0, u=arctg\frac{y}{x}$.

3.24. $x\frac{\partial u}{\partial x}+y\frac{\partial u}{\partial y}=0, u=\mathrm{arctg}\frac{x}{y}$.

3.25. $\frac{\partial u}{\partial x}\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}-\frac{\partial u}{\partial y}\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}=0, u=\ln(x+e^{-y})$.

3.26. $x\frac{\partial u}{\partial x}+y\frac{\partial u}{\partial y}=0, u=\arcsin\frac{x}{x+y}$.

3.27. $\frac{1}{x}\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{1}{y}\frac{\partial u}{\partial y}=\frac{u}{y}, u=\frac{y}{(x^2-y^2)^5}$.

3.28. $\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial u}{\partial y}=\frac{x+y}{x-y}, u=\frac{x^2+y^2}{x-y}$.

3.29. $\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial u}{\partial y}=\frac{2y}{u}, u=\sqrt{2xy+y^2}$.

3.30. $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}-\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}=0, u=\ln(x^2-y^2)$.

№4. Исследовать на экстремум следующие функции.

4.1. $z=y\sqrt{x}-2y^2-x+14y.$

4.2. $z=x^3+8y^3-6xy+5.$

4.3. $z=1+15x-2x^2-xy-2y^2.$

4.4. $z=1+6x-x^2-xy-y^2.$

4.5. $z=x^3+y^2-6xy-39x+18y+20.$

4.6. $z=2x^3+2y^3-6xy+5.$

4.7. $z=3x^3+3y^3-9xy+10.$

4.8. $z=x^2+y^2+xy+x-y+1.$

4.9. $z = 4(x-y) - x^2 - y^2.$

4.10. $z = 6(x-y) - 3x^2 - 3y^2.$

4.11. $z = x^2 + xy + y^2 - 6x - 9y.$

4.12. $z = (x-2)^2 + 2y^2 - 10.$

4.13. $z = (x-5)^2 + y^2 + 1.$

4.14. $z = x^3 + y^3 - 3xy.$

4.15. $z = 2xy - 2x^2 - 4y^2.$

4.16. $z = x\sqrt{y} - x^2 - y + 18x + 3.$

4.17. $z = 2xy - 5x^2 - 3y^2 + 2.$

4.18. $z = xy(12 - x - y).$

4.19. $z = xy - x^2 - y^2 + 9.$

4.20. $z = 2xy - 3x^2 - 2y^2 + 10.$

4.21. $z = x^3 + 9y^3 - 6xy + 1.$

4.22. $z = y\sqrt{x} - y^2 - x + 6y.$

4.23. $z = x^2 - xy + y^2 + 9x - 6y + 20.$

4.24. $z = xy(6 - x - y).$

4.25. $z = x^2 + y^2 - xy + x + y.$

4.26. $z = x^2 + xy + y^2 - 2x - y.$

4.27. $z = (x-1)^2 + 2y^2.$

4.28. $z = xy - 3x^2 - 2y^2.$

4.29. $z = x^2 + 3(y+2)^2.$

4.30. $z = 2(x+y) - x^2 - y^2.$

№5. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = z(x;y)$ в области $\overline{D}$, ограниченной указанными линиями.

5.1. $z = 3x + y - xy, \overline{D}: y = x, y = 4, x = 0.$

5.2. $z = xy - x - 2y, \overline{D}: x = 3, y = x, y = 0.$

5.3. $z = x^2 + 2xy - 4x + 8y, \overline{D}: x = 0, x = 1, y = 0, y = 2.$

5.4. $z = 5x^2 - 3xy + y^2, \overline{D}: x = 0, x = 1, y = 0, y = 1.$

5.5. $z = x^2 + 2xy - y^2 - 4x, \overline{D}: x - y + 1 = 0, x = 3, y = 0.$

5.6. $z = x^2 + y^2 - 2x - 2y + 8, \overline{D}: x = 0, y = 0, x + y - 1 = 0.$

5.7. $z = 2x^3 - xy^2 + y^2, \overline{D}: x = 0, x = 1, y = 0, y = 6.$

5.8. $z = 3x + 6y - x^2 - xy - y^2, \overline{D}: x = 0, x = 1, y = 0, y = 1.$

5.9. $z = x^2 - 2y^2 + 4xy - 6x - 1, \overline{D}: x = 0, y = 0, x + y - 3 = 0.$

5.10. $z = x^2 + 2xy - 10, \overline{D}: y = 0, y = x^2 - 4.$

5.11. $z = xy - 2x - y, \overline{D}: x = 0, x = 3, y = 0, y = 4.$

5.12. $z = \frac{1}{2}x^2 - xy, \overline{D}: y = 8, y = 2x^2.$

5.13. $z = 3x^2 + 3y^2 - 2x - 2y + 2, \overline{D}: x = 0, y = 0, x + y - 1 = 0.$

5.14. $z = 2x^2 + 3y^2 + 1, \overline{D}: y = \sqrt{9 - \frac{9}{4}x^2}, y = 0.$

5.15. $z = x^2 - 2xy - y^2 + 4x + 1, \overline{D}: x = -3, y = 0, x + y + 1 = 0.$

5.16. $z = 3x^2 + 3y^2 - x - y + 1, \overline{D}: x = 5, y = 0, x - y - 1 = 0.$

5.17. $z = 2x^2 + 2xy - \frac{1}{2}y^2 - 4x, \overline{D}: x = 0, y = 2x, x = 0.$

5.18. $z = x^2 - 2xy + \frac{5}{2}y^2 - 2x, \overline{D}: x = 0, x = 2, y = 0, y = 2.$

5.19. $z = xy - 3x - 2y, \overline{D}: x = 0, x = 4, y = 0, y = 4.$

5.20. $z = x^2 + xy - 2, \overline{D}: y = 4x^2 - 4, y = 0.$

5.21. $z = x^2y(4 - x - y), \overline{D}: x = 0, y = 0, y = 6 - x.$

5.22. $z = x^3 + y^3 - 3xy, \overline{D}: x = 0, x = 2, y = -1, y = 2.$

5.23. $z = 4(x-y) - x^2 - y^2, \overline{D}: x + 2y = 4, x - 2y = 4, x = 0.$

5.24. $z = x^3 + y^3 - 3xy, \overline{D}: x = 0, x = 2, y = -1, y = 2.$

5.25. $z = x^2 + 2xy - y^2 - 4x, \overline{D}: x = 3, y = 0, y = x + 1.$

5.26. $z = 6xy - 9x^2 - 9y^2 + 4x + 4y, \overline{D}: x = 0, x = 1, y = 0, y = 2.$

5.27. $z = x^2 + 2xy - y^2 - 2x + 2y, \overline{D}: x = 2, y = x + 2, y = 0.$

5.28. $z = 2x^2y - x^3y - x^2y^2, \overline{D}: x = 0, y = 0, x + y = 6.$

5.29. $z = 4 - 2x^2 - y^2, \overline{D}: y = 0, y = \sqrt{1 - x^2}.$

5.30. $z = 5x^2 - 3xy + y^2 + 4, \overline{D}: x = -1, x = 1, y = -1, y = 1.$

ЛИТЕРАТУРА

1. Демидович В.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу [Текст]: / В.П. Демидович – М.: Наука, 1977. – 528 с.
2. Зверович Э.И. Вещественный и комплексный анализ [Текст]: учебное пособие / Э.И. Зверович– Мн.: БГУ, 2003.
3. Кудрявцев. Л.Д. Краткий курс математического анализа [Текст]: учебник для вузов / Л.Д. Кудрявцев.– М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1989. – 736 с.
4. Математический анализ в вопросах и задачах [Текст]: учебн. пособие для вузов / Под ред. Бутузова В.Ф. – М.: Высш. шк., 1984. – 200с.
5. Привалов И.И. Введение в теорию функций комплексного переменного [Текст]: / И.И. Привалов– М.: Наука, 1977.
6. Сборник индивидуальных заданий по высшей математике [Текст]: учеб. пособие. В 3 ч. – Под общей ред. А.П. Рябушко. – Мн.: Выш. шк., 1991. – 352.
7. Тер-Крикоров А.М. Курс математического анализа [Текст]: учеб. пособ. для вузов / А.М.Тер-Крикоров, М.И. Шабунин – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1988. – 816 с.