

3. Формула полной вероятности. Формула Байеса

В пирамиде пять винтовок, три из которых снабжены оптическим прицелом. Вероятность того, что стрелок поразит мишень при выстреле из винтовки с оптическим прицелом, равна 0,95, а из винтовки без оптического прицела – 0,7. Найти вероятность того, что:

а) мишень поражена, если стрелок стреляет из наудачу взятой винтовки;

б) стрелок стрелял из винтовки без оптического прицела при условии, что мишень поражена.

Решение

а) рассмотрим событие $A = \{\text{мишень поражена}\}$. Поражение мишени зависит от типа выбранной стрелком винтовки. Относительно типа винтовки возможны следующие предположения (гипотезы): $H_1 = \{\text{винтовка с оптическим прицелом}\}$, $H_2 = \{\text{винтовка без оптического прицела}\}$. H_1 и H_2 образуют полную группу. Вероятности гипотез:

$$P(H_1) = \frac{3}{5}, P(H_2) = \frac{2}{5}.$$

Вероятность того, что мишень поражена, при условии, что стрелок стреляет из винтовки с оптическим прицелом,

$$P(A | H_1) = 0,95.$$

Вероятность того, что мишень поражена, при условии, что стрелок стреляет из винтовки без оптического прицела,

$$P(A | H_2) = 0,7.$$

Вероятность события A находим по формуле полной вероятности

$$P(A) = P(H_1) \cdot P(A | H_1) + P(H_2) \cdot P(A | H_2) = \frac{3}{5} \cdot 0,95 + \frac{2}{5} \cdot 0,7 = 0,85;$$

б) вероятность того, что стрелок стрелял из винтовки без оптического прицела при условии, что мишень поражена $P(H_2 | A)$, находим по формуле Байеса

$$P(H_2 | A) = \frac{P(H_2) \cdot P(A | H_2)}{P(A)} = \frac{\frac{2}{5} \cdot 0,7}{0,85} = \frac{0,28}{0,85} = \frac{28}{85}.$$