Индивидуальные домашние задания

ИДЗ – 1 Вычисление производных

1 Найти производные данных функций:

1.1 а) $y=5\sin(2x-6)$, б) $y=x^2\cdot\ln x$, в) $y=\dfrac{x-4}{\cos(2x)}$.

1.2 а) $y=\mathrm{tg}^2(x^3)+5^{x-6}$, б) $y=x\cdot\mathrm{arctg}^2(x)$, в) $y=\dfrac{x^2-\ln x}{x-\sin x}$.

1.3 а) $y=\cos(x^2-4^{2x})$, б) $y=x\arcsin^2 x$, в) $y=\dfrac{\ln x^2-4\sin x}{x^3+\mathrm{arctg}\,x}$.

1.4 а) $y=\arcsin(x^2)$, б) $y=(x-1)\cdot\mathrm{tg}\,x$, в) $y=\dfrac{x+\sqrt{x}}{\sin x}$.

1.5 а) $y=\ln^2(x+6)$, б) $y=\cos x\cdot 2^x$, в) $y=\dfrac{\sqrt{x}-\cos x}{x^2}$.

1.6 а) $y=\mathrm{arctg}^2(x-1)$, б) $y=x^4\cdot\sin x$, в) $y=\dfrac{\cos(x-1)}{x^2-2}$.

1.7 а) $y=\ln(\sin(2x))$, б) $y=x^4\cdot\arccos x$, в) $y=\dfrac{x+4}{\mathrm{tg}(2x)}$.

1.8 а) $y=\sin(e^x-x)$, б) $y=\sin x\cdot\ln x$, в) $y=\dfrac{\arcsin x}{x-1}$.

1.9 а) $y=3\cos(x^2+6)$, б) $y=\mathrm{tg}\,2x\cdot\arcsin x$, в) $y=\dfrac{\cos x}{\sqrt{x}+1}$.

1.10 а) $y=\ln(x^2+6x)$, б) $y=e^{x-1}\,\mathrm{arctg}\,3x$, в) $y=\dfrac{\sqrt[3]{x}+x}{\cos(4x)+1}$.

1.11 а) $y=2^{\arcsin(x)}$, б) $y=\sqrt[3]{x-1}\cdot\ln x$, в) $y=tg\left(\dfrac{x-1}{x+1}\right)$.

1.12 а) $y=\sin(x^4-x)$, б) $y=\ln x\arccos x$, в) $y=\sin\left(\dfrac{x^2-3}{x}\right)$.

1.13 а) $y=\cos(e^x+x)$, б) $y=x^2\cdot\ln x$, в) $y=\dfrac{x-4}{\cos(2x)}$.

1.14 а) $y=\sin(2x+x^2)$, б) $y=x^2\arcsin 2x$, в) $y=\dfrac{\ln x-4}{x^2-x}$.

1.15 а) $y=\arcsin(x^2)$, б) $y=\cos(x^2)\cdot e^x$, в) $y=\dfrac{\sin 8x}{\sqrt{x}+1}$.

1.16 а) $y=x^2+e^{x-5}$, б) $y=(x-1)^2\cdot\cos x$, в) $y=\dfrac{x^2-4x}{\arccos 2x}$.

1.17 а) $y=\sin^2(x^3-x)$, б) $y=\sqrt[3]{x^2-2}\ln x$, в) $y=\dfrac{\ln(x-4)}{\mathrm{tg}(x+1)}$.

1.18 а) $y=\ln^3(x^2-6)$, б) $y=(x^2-4)\cos x^2$, в) $y=\dfrac{\mathrm{arctg}\,x^2}{x-1}$.

1.19 а) $y=3\sin(x^2-4)$, б) $y=x^3\cdot\arcsin x$, в) $y=\dfrac{x^2-2x}{x+6}$.

1.20 а) $y=\ln(\arcsin^2 x)$, б) $y=\mathrm{arctg}^2 x\ln x$, в) $y=\dfrac{\sqrt[4]{x^2-4}}{\cos(x-3)}$.

1.21 а) $y=\arcsin(\ln^2 x)$, б) $y=\cos x^2\cdot\ln(\mathrm{tg}\,x)$, в) $y=\dfrac{\sqrt[3]{x-4}}{\arccos x}$.

1.22 а) $y=\arcsin x^2$, б) $y=(x-5)^2\cdot e^{x^2-3}$, в) $y=\dfrac{\sin(x+6)}{x^2+5}$.

1.23 а) $y=\mathrm{arctg}(x+x^2)$, б) $y=\mathrm{tg}\,x\cos^2 x$, в) $y=\dfrac{x^3}{\ln(x+3)}$.

1.24 а) $y=3^{\sin x-x}$, б) $y=\mathrm{tg}^2 x\cdot\ln(x^2+1)$, в) $y=\dfrac{\arcsin x}{x^2-7}$.

1.25 а) $y=\ln(x^4-\cos x)$, б) $y=2^{x^2}\cdot\sqrt[3]{x}$, в) $y=\mathrm{arctg}\left(\dfrac{x}{x-6}\right)$.

1.26 а) $y=2^{\sin(2x-7)}$, б) $y=\mathrm{arctg}^2 x\cdot(x^2-1)$, в) $y=\dfrac{\cos x}{\ln(x-5)}$.

1.27 а) $y=\ln\left(\cos^2 x\right)$, б) $y=\arcsin x^2\cdot\ln x$, в) $y=\dfrac{2^{x+3}}{x^2-6x}$.

1.28 а) $y=\cos\left(\ln^2(x-1)\right)$, б) $y=\mathrm{tg}\,x^2\arccos x$, в) $y=\dfrac{x^4-4}{3^{x-5}}$.

1.29 а) $y=\arcsin\left(\ln^3 x\right)$, б) $y=\cos x^2\cdot\ln\left(x+e^x\right)$, в) $y=\dfrac{\ln x}{\sqrt{x}}$.

1.30 а) $y=\mathrm{arctg}^2(x-1)$, б) $y=x^5\cdot 3^{x^2}$, в) $y=\ln\dfrac{x-4}{\sin x-\cos x}$.

2 Найти производную неявной функции:

2.1 $\sin\left(y^2\right)=x^2+y^3$.

2.2 $\arcsin(y)=\cos x^2+\ln y$.

2.3 $\mathrm{tg}\left(y^2+y\right)=yx+\sin y$.

2.4 $\ln\left(y^2+x\right)=\sin x^2+\arccos y$.

2.5 $\mathrm{arctg}\,y=\ln(x^2+y)+yx$.

2.6 $\arcsin(y+3)=xy^3+2^{x-2}$.

2.7 $\cos\left(y^2+x^2\right)=\mathrm{arctg}(x+y)$.

2.8 $4^{x+y}=\cos x^2+y$.

2.9 $\ln\left(y^2+\sin x\right)=\mathrm{arctg}\,x^2+5$.

2.10 $\arccos(x+y)=x^2+\ln y$.

2.11 $\mathrm{tg}\left(y^2-x\right)=\ln(x^2)+\arccos y$.

2.12 $\ln\left(y^2+\sin x\right)=\cos x^2-y^3$.

2.13 $\sin\left(y^2+x^3\right)=\mathrm{arctg}\,x^2-y$.

2.14 $2^{x^2-y}=x^2+y$.

2.15 $\mathrm{arcctg}\left(y+x^2\right)=x+\ln(x+y)$.

2.16 $e^{x^3+y}=\mathrm{arctg}\,x^2+\ln y$.

2.17 $\mathrm{tg}\left(y^2-x\right)=\ln(x^2+1)+y$.

2.18 $2^{y+x}=\arcsin x^2+y$.

2.19 $\ln\left(y^2+x\right)=\arccos x^2+xy$.

2.20 $x\cdot y^2=\ln\left(x^2-y\right)-\arcsin x$.

2.21 $\cos(xy)=\mathrm{arctg}\,x^2+\ln y$.

2.22 $\sin\left(x+y^2\right)=\ln x+\mathrm{arctg}\,y$.

2.23 $e^{x^2-2y}=\mathrm{tg}(x^2+1)+y^3$.

2.24 $\mathrm{tg}(y+xy)=\ln x+\arcsin y$.

2.25 $\arcsin(y+x)=\mathrm{tg}\,x+\sqrt{y}$.

2.26 $\sqrt{y+1}=\ln(x-y)+y$.

2.27 $x^2+y^2=2^{x+y}+\mathrm{arctg}\,y$.

2.28 $\cos\left(y-x^2\right)=\ln(\cos x)+\sqrt{x-4}$.

2.29 $\arcsin\left(y^2-1\right)=\ln x+y^4$.

2.30 $\ln(y-x)=\cos x^2+\arcsin y$.

3 Найти производную функции с помощью логарифмической производной:

3.1 а) $y=(\sin x)^{3x}$, б) $y=\dfrac{(x-2)^2}{\arcsin^3 x}$.

3.2 а) $y=(\arcsin x)^{5x}$, б) $y=\dfrac{\left(x^2-2\right)^4}{\arccos^5 2x}$.

3.3 а) $y=\left(\ln x+\sqrt{x}\right)^{\cos x}$, б) $y=\dfrac{(x+2)^3}{tg^5 5x}$.

3.4 а) $y=(\arcsin 2x)^{x+1}$, б) $y=\dfrac{\left(x+x^2\right)^2}{\arcsin^3 x}$.

3.5 а) $y=(\mathrm{tg}\,x)^{\cos x+x}$, б) $y=\dfrac{(x-5)^2}{\sin^3 x}$.

3.6 а) $y = (x+2)^{\sin x}$, б) $y = \dfrac{\cos^2 x}{(x^2+4x)^2}$.

3.7 а) $y = (\operatorname{ctg} x)^{\ln x}$, б) $y = \dfrac{(\operatorname{arctg} x)^2}{(x+4)^3}$.

3.8 а) $y = (x^2+4)^{\sin x}$, б) $y = \dfrac{(3x+2)^2}{\sin^3 x}$.

3.9 а) $y = (\ln x)^{tgx}$, б) $y = \dfrac{(x^2-x)^2}{\cos^3 x}$.

3.10 а) $y = (\operatorname{arctg} x)^{\cos x}$, б) $y = \dfrac{(x^8+1)^5}{\arcsin^4 x}$.

3.11 а) $y = (\arcsin x)^{\sin x}$, б) $y = \dfrac{\sqrt[6]{x+2}}{\arccos^4 x}$.

3.12 а) $y = (\ln x)^{\sqrt{x+5}}$, б) $y = \dfrac{(\sqrt{x}-1)^2}{\operatorname{arctg}^5 x}$.

3.13 а) $y = (\arcsin x)^{x^2}$, б) $y = \dfrac{(x+4)^5}{\ln^3(x+2)}$.

3.14 а) $y = (\cos x)^{x^3+x}$, б) $y = \dfrac{(\cos x-2)^4}{(x^4+6)^6}$.

3.15 а) $y = (\operatorname{arctg} x)^{x^2-x}$, б) $y = \dfrac{(5x^2-2x)^2}{\arcsin^5 x}$.

3.16 а) $y = (\ln x)^{\operatorname{arctg} x}$, б) $y = \dfrac{(\sin x-1)^2}{\ln^6 x}$.

3.17 а) $y = (\cos x)^{x+x^2}$, б) $y = \dfrac{(\arccos x)^4}{\ln^5 x}$.

3.18 а) $y = (\sin x)^{\sqrt{x+5}}$, б) $y = \dfrac{(x^3-1)^2}{\operatorname{arctg}^4 x}$.

3.19 а) $y = (\operatorname{tg} x)^{x+2}$, б) $y = \dfrac{(\cos x-x)^2}{\sin^6 x}$.

3.20 а) $y = (\arcsin x)^{\sqrt{x^2+1}}$, б) $y = \dfrac{(\ln x-\cos x)^5}{\arcsin^2 x}$.

3.21 а) $y = (\sin x)^{3x}$, б) $y = \dfrac{(x^4-5)^8}{\operatorname{arctg}^3 x}$.

3.22 а) $y = (\arcsin x)^{x^2}$, б) $y = \dfrac{(\cos x-1)^2}{\ln^3 x}$.

3.23 а) $y = (\sin x)^{\cos x}$, б) $y = \dfrac{(x^5-x)^4}{\sqrt[5]{x+3}}$.

3.24 а) $y = (\sin x)^{3x}$, б) $y = \dfrac{(x-2)^2}{\arcsin^3 x}$.

3.25 а) $y = (\cos x)^{\sqrt{x+1}}$, б) $y = \dfrac{(2x-1)^{12}}{\operatorname{arctg}^4 x}$.

3.26 а) $y = (\operatorname{arctg} x)^{\operatorname{ctg} x}$, б) $y = \dfrac{(\sin x-x)^5}{\ln^7 x}$.

3.27 а) $y = (\arccos x)^{\sin x+x}$, б) $y = \dfrac{(x^2-2x)^2}{\arcsin^4 2x}$.

3.28 а) $y = (\operatorname{arcctg} x)^{\operatorname{tg} x}$, б) $y = \dfrac{(2x+3)^{10}}{\ln^6 x}$.

3.29 а) $y = (\log_2 x)^{\sin x}$, б) $y = \dfrac{(2\cos x-1)^2}{\operatorname{arctg}^5 4x}$.

3.30 а) $y = (\arcsin 3x)^{\ln x}$, б) $y = \dfrac{(4x^2-1)^2}{\sin^{10} 2x}$.

4 Найти производную y_x, функции $y=f(x)$ заданной параметрическими уравнениями:

4.1 $\begin{cases} x=t+\cos t, \\ y=\sqrt{t-2}. \end{cases}$ **4.2** $\begin{cases} x=\cos t-t^2, \\ y=t+\ln t. \end{cases}$

4.3 $\begin{cases} x=2t+\sin t, \\ y=\mathrm{tg}(t+1). \end{cases}$ **4.4** $\begin{cases} x=\ln t+t^3, \\ y=\sqrt{t^3-2}. \end{cases}$

4.5 $\begin{cases} x=2t-\arccos 2t, \\ y=\sqrt{t-2}+t. \end{cases}$ **4.6** $\begin{cases} x=\sin t+t, \\ y=\ln t-\sqrt{t+6}. \end{cases}$

4.7 $\begin{cases} x=e^t+\mathrm{arctg}\, t, \\ y=\ln\sqrt{t-1}. \end{cases}$ **4.8** $\begin{cases} x=\arccos t+t, \\ y=e^{t+4}+t^2. \end{cases}$

4.9 $\begin{cases} x=\arcsin t+t, \\ y=2^{3t}+t. \end{cases}$ **4.10** $\begin{cases} x=\sqrt[3]{t^2-1}, \\ y=\mathrm{arctg}\, t+t^2. \end{cases}$

4.11 $\begin{cases} x=\ln(\mathrm{tg}\, t) \\ y=\sin t+t. \end{cases}$ **4.12** $\begin{cases} x=2^t+\arccos t, \\ y=t^5+2t. \end{cases}$

4.13 $\begin{cases} x=\sqrt[5]{t^3+5t}, \\ y=\mathrm{arctg}\, t. \end{cases}$ **4.14** $\begin{cases} x=3t+\arcsin 5t, \\ y=\ln(t-1). \end{cases}$

4.15 $\begin{cases} x=2t+\cos t, \\ y=e^{t^2-3}+t^3. \end{cases}$ **4.16** $\begin{cases} x=\sin t+t^4, \\ y=5^{t+5}-t. \end{cases}$

4.17 $\begin{cases} x=\ln t+\arccos t, \\ y=t+4^t. \end{cases}$ **4.18** $\begin{cases} x=t^4+\mathrm{arctg}\, t, \\ y=\ln(t+t^3). \end{cases}$

4.19 $\begin{cases} x=\arccos t+\ln t, \\ y=e^{3t-t^3}. \end{cases}$ **4.20** $\begin{cases} x=\sqrt{t+6}+t, \\ y=\arcsin t. \end{cases}$

4.21 $\begin{cases} x=\ln t+t^5, \\ y=\mathrm{arctg}(t+6) \end{cases}$ **4.22** $\begin{cases} x=2^{t^2+4}+\ln t, \\ y=t^3+t. \end{cases}$

4.23 $\begin{cases} x=\arcsin t+\sin t, \\ y=\ln(t-5). \end{cases}$ **4.24** $\begin{cases} x=t^4+t, \\ y=\log_3 t. \end{cases}$

4.25 $\begin{cases} x=\sqrt{t^3-1}, \\ y=\mathrm{arctg}(t+1). \end{cases}$ **4.26** $\begin{cases} x=\arcsin t+e^t, \\ y=\sqrt{t^2-t}. \end{cases}$

4.27 $\begin{cases} x=t^5\cdot\cos t, \\ y=\arcsin(t-1). \end{cases}$ **4.28** $\begin{cases} x=\ln(t^2-3), \\ y=\mathrm{arctg}\, t. \end{cases}$

4.29 $\begin{cases} x=\log_2(t+1), \\ y=\sqrt{t^4-1}. \end{cases}$ **4.30** $\begin{cases} x=3t+\arccos t, \\ y=\ln\sqrt{t-2}. \end{cases}$

5. Найти дифференциал dy функции $y=f(x)$:

5.1 $y=x^2\cdot\ln\sqrt{x-1}$. **5.2** $y=\mathrm{tg}(x-x^2)+e^{x-6}$.

5.3 $y=x^2\cdot\arcsin^2(x-2)$. **5.4.** $y=x-\arccos(x^2-3)$.

5.5 $y=x-\ln^2(2x+6)$. **5.6** $y=\dfrac{\sin(x^2-1)}{x^2-2}$.

5.7 $y=\ln(x+\sin(2x))$. **5.8.** $y=\mathrm{arctg}(x^2-x)$.

5.9 $y=\dfrac{\arccos x}{\sqrt{x}+1}$. **5.10** $y=\dfrac{\sqrt[3]{x^2-4}+x}{\cos(4x)+1}$.

5.11 $y=\sqrt[3]{x^2-1}\cdot\ln(x^3-1)$. **5.12** $y=\arcsin\left(\dfrac{x^2-3}{x^2}\right)$.

5.13 $y=\dfrac{x^2-x}{\arccos(2x)}$. **5.14** $y=\mathrm{arctg}(2x+x^2)$.

5.15 $y=x+\arcsin(x^2)$. **5.16** $y=x^2+e^{x-5}$.

5.17 $y=\dfrac{\ln\left(x^2-4\right)}{\ln\left(x^3+1\right)}$.

5.18 $y=\dfrac{\operatorname{arcctg}\left(x^2\right)}{\cos x-1}$.

5.19 $y=3\sin\left(x^2-4\right)$.

5.20 $y=\ln\left(\operatorname{arctg}^2 x-x^3\right)$.

5.21 $y=\arccos x^2\cdot\ln\left(\operatorname{ctg}x\right)$.

5.22 $y=\left(x^2-5\right)^4\cdot e^{x^2-3x}$.

5.23 $y=\dfrac{x^3}{\ln\left(x+3\right)}$.

5.24 $y=\operatorname{tg}^3 x\cdot\ln\left(x^4+x\right)$.

5.25 $y=\operatorname{tg}^2\left(x-1\right)\cdot\sqrt[3]{x}$.

5.26 $y=\dfrac{\arccos x}{\ln\left(x^2-5\right)}$.

5.27 $y=\ln\left(\arccos^2 x\right)$.

5.28 $y=\operatorname{tg}x^2\cdot\arcsin x$.

5.29 $y=\operatorname{arcctg}\left(\dfrac{\cos x}{\sqrt{x}}\right)$.

5.30 $y=\ln\dfrac{x-4}{\sin x-\cos x}$.

ИДЗ–2 Производные и дифференциалы высших порядков

1 Вычислить значение второй производной функции $y=f\left(x\right)$ в точке x_0.

1.1 $y=x^2\left(x+3\right)^3$ в точке $x_0=0$.

1.2 $y=\operatorname{tg}^2 x$ в точке $x_0=\dfrac{\pi}{4}$.

1.3 $y=x^2\cdot\cos x$ в точке $x_0=\dfrac{\pi}{3}$.

1.4 $y=(x-1)^2\cdot\operatorname{tg}x$ в точке $x_0=\dfrac{\pi}{4}$.

1.5 $y=x^2+\ln x$ в точке $x_0=4$.

1.6 $y=x\cdot\sin x$ в точке $x_0=\dfrac{\pi}{4}$.

1.7 $y=x\cdot\arccos x$ в точке $x_0=1$.

1.8 $y=\sin 2x\cdot\operatorname{tg}x$ в точке $x_0=\dfrac{\pi}{6}$.

1.9 $y=x\cdot\arcsin x$ в точке $x_0=1$.

1.10 $y=x\ln 2x$ в точке $x_0=e$.

1.11 $y=x\cdot\sqrt[3]{x-1}$ в точке $x_0=2$.

1.12 $y=\arccos\left(x+1\right)$ в точке $x_0=0$.

1.13 $y=\dfrac{x}{\cos 2x}$ в точке $x_0=\dfrac{\pi}{6}$.

1.14 $y=x^2\left(x+3\right)^2$ в точке $x_0=2$.

1.15 $y=x^2\ln x$ в точке $x_0=2$.

1.16 $y=x^2\cdot\cos x$ в точке $x_0=\pi$.

1.17 $y=\arcsin^2\left(x-1\right)$ в точке $x_0=\dfrac{1}{2}$.

1.18 $y=\ln\left(x^2-6\right)$ в точке $x_0=4$.

1.19 $y = x^2 \cdot \arcsin x$ в точке $x_0 = 1$.

1.20. $y = \operatorname{arctg}^3 x$ в точке $x_0 = \dfrac{\pi}{4}$.

1.21 $y = 2x\cos^3 x$ в точке $x_0 = \dfrac{\pi}{3}$.

1.22 $y = x \cdot e^{x^2}$ в точке $x_0 = 2$.

1.23 $y = x \cdot \operatorname{arctg} x$ в точке $x_0 = 1$.

1.24 $y = \operatorname{tg} x \cdot \ln(x+1)$ в точке $x_0 = 1$.

1.25 $y = \ln x + x^2$ в точке $x_0 = 2$.

1.26 $y = \sqrt{x} \cdot \operatorname{arctg} x$ в точке $x_0 = 1$.

1.27 $y = \ln(\cos x)$ в точке $x_0 = \dfrac{\pi}{3}$.

1.28 $y = x^2 e^{x+2}$ в точке $x_0 = 2$.

1.29 $y = x^2 \arcsin x$ в точке $x_0 = 1$.

1.30 $y = x \cdot \operatorname{arctg}^2 x$ в точке $x_0 = 1$.

2 Разложить функцию $y = f(x)$ в ряд Тейлора в окрестности точки x_0:

2.1 $y = \dfrac{1}{x}$ в точке $x_0 = -2$.

2.2 $y = \dfrac{1}{x^2}$ в точке $x_0 = -1$.

2.3 $y = \cos 2x$ в точке $x_0 = \dfrac{\pi}{4}$.

2.4 $y = \sqrt{x}$ в точке $x_0 = 1$.

2.5 $y = \sqrt[3]{x}$ в точке $x_0 = -1$.

2.6 $y = \dfrac{1}{x^2}$ в точке $x_0 = 1$.

2.7 $y = \sin 2x$ в точке $x_0 = \dfrac{\pi}{3}$.

2.8 $y = \ln 4x$ в точке $x_0 = 1$.

2.9 $y = \operatorname{tg} x$ в точке $x_0 = 1$.

2.10 $y = \dfrac{1}{x^3}$ в точке $x_0 = -2$.

2.11 $y = \operatorname{ctg} x$ в точке $x_0 = 1$.

2.12 $y = \sqrt[4]{x}$ в точке $x_0 = 1$.

2.13 $y = \dfrac{1}{x^2}$ в точке $x_0 = 2$.

2.14 $y = \sqrt{x}$ в точке $x_0 = 4$.

2.15 $y = \sin 3x$ в точке $x_0 = \dfrac{\pi}{6}$.

2.16 $y = \dfrac{1}{x^2}$ в точке $x_0 = -3$.

2.17 $y = \cos 2x$ в точке $x_0 = \dfrac{\pi}{6}$.

2.18 $y = \dfrac{1}{x}$ в точке $x_0 = -1$.

2.19 $y = \operatorname{tg} x$ в точке $x_0 = \dfrac{\pi}{4}$.

2.20 $y = \ln\dfrac{x}{2}$ в точке $x_0 = 2$.

2.21 $y = \dfrac{1}{x^2}$ в точке $x_0 = 2$.

2.22 $y = \dfrac{1}{x}$ в точке $x_0 = -2$.

2.23 $y = \ln 2x$ в точке $x_0 = 1$.

2.24 $y = \sqrt{2x}$ в точке $x_0 = 2$.

2.25 $y = \sqrt[3]{x}$ в точке $x_0 = 1$.

2.26 $y = \sin 3x$ в точке $x_0 = \dfrac{\pi}{12}$.

2.27 $y = \dfrac{1}{2x}$ в точке $x_0 = -2$.

2.28. $y = \sin 3x$ в точке $x_0 = \dfrac{\pi}{12}$.

2.29 $y = \dfrac{1}{x^2}$ в точке $x_0 = 3$.

2.30 $y = \sqrt{x}$ в точке $x_0 = 1$.

3 Написать разложение функции $y = f(x)$ в ряд Маклорена по степеням переменной x до членов порядка n включительно:

3.1 $y = \sin(x^2)$, $n = 6$.

3.2 $y = \sqrt{x-1}$, $n = 9$.

3.3 $y = \cos(x^2)$, $n = 10$

3.4 $y = \sqrt{x+2}$, $n = 6$.

3.5 $y = e^x \sin x$, $n = 8$.

3.6 $y = \sqrt[3]{x^2+1}$, $n = 6$.

3.7 $y = \sin x^2$, $n = 5$.

3.8 $y = \ln(1+x^2)$, $n = 6$.

3.9 $y = \dfrac{x}{1+x^2}$, $n = 5$.

3.10 $y = x \cdot e^{x^2}$, $n = 8$.

3.11 $y = \sqrt[3]{1+x^3}$, $n = 9$.

3.12 $y = x\sqrt[5]{1-x^2}$, $n = 6$.

3.13 $y = x \cdot \sqrt[3]{x-1}$, $n = 6$.

3.14 $y = e^{-x^2}$, $n = 8$.

3.15 $y = x^2 \cdot e^{x+1}$, $n = 4$.

3.16 $y = \sin(x+1)$, $n = 3$.

3.17 $y=\sqrt{1-x}-\sqrt{1+x}, n=4$.

3.18 $y=x\cdot e^{x}, n=3$.

3.19 $y=\ln(1+x^3), n=4$.

3.20 $y=x+e^{-x^2}, n=4$.

3.21 $y=e^{x+1}, n=4$.

3.22 $y=e^{-\frac{x^2}{2}}, n=6$.

3.23 $y=x\cdot\sqrt[3]{1+x}, n=4$.

3.24 $y=\sqrt[6]{1+x^2}, n=6$.

3.25 $y=e^{-2x^2}, n=8$.

3.26 $y=\cos(x+1), n=6$.

3.27 $y=\ln(1+2x^2), n=6$.

3.28 $y=e^{-2x^2}, n=8$.

3.29 $y=\dfrac{\sin x}{x}, n=5$.

3.30 $y=x\sqrt[3]{1+2x}, n=6$.

4 Используя правило Лопиталя, вычислить пределы:

4.1 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\frac{\pi}{x}}{\operatorname{ctg}\frac{\pi x}{2}}$.

4.2 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(\sin 2x)}{\ln(\sin 4x)}$.

4.3 $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{\sin x}{x}\right)^{\frac{1}{x}}$.

4.4 $\lim\limits_{x\to \infty}\left(\dfrac{\pi}{2}-\operatorname{arctg}x\right)^{\frac{1}{x}}$

4.5 $\lim\limits_{x\to 0}\left(\operatorname{ctg}x-\dfrac{1}{x}\right)$.

4.6 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x-x}{5x^2+x^3}$.

4.7 $\lim\limits_{x\to 0}\left(e^{2x}+x\right)^{\frac{1}{x}}$.

4.8 $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{\operatorname{tg}x}{x}\right)^{\frac{1}{x^2}}$.

4.9 $\lim\limits_{x\to 3}\left(\dfrac{1}{x-3}-\dfrac{5}{x^2-x-6}\right)$.

4.10 $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{\sin x}\right)$.

4.11 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x-\sin x}{x+\sin x}$.

4.12 $\lim\limits_{x\to 0}\left(\operatorname{ctg}x\right)^{\sin x}$.

4.13 $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{\operatorname{tg}x}{x}\right)^{\frac{1}{x^2}}$

4.14 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x\cdot e^{x}-5x}{4x^2+7x}$

4.15 $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{\sin 4x}{x}\right)^{\frac{2}{x+2}}$

4.16 $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\ln x}{1-x^3}$.

4.17 $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}}\dfrac{\operatorname{tg}x}{\operatorname{tg}3x}$.

4.18 $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{x}{x-1}-\dfrac{1}{\ln x}\right)$.

4.19 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x-\sin x}{x+\sin x}$.

4.20 $\lim\limits_{x\to 1}x^{\frac{1}{x-1}}$.

4.21 $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{\sin x}{x}\right)^{\frac{1}{1-\cos x}}$

4.22 $\lim\limits_{x\to 1}x^{\frac{1}{x-1}}$.

4.23 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x\left(e^{x}+1\right)-\left(e^{x}-1\right)}{x^3}$.

4.24 $\lim\limits_{x\to 0}x^{\frac{1}{x}}$.

4.25 $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{e^{x}-1}\right)$.

4.26 $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{6}}\dfrac{1-2\sin x}{\cos 3x}$.

4.27 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2x\left(e^{x}+1\right)-2\left(e^{2x}-1\right)}{x^3}$.

4.28 $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{1}{2x}-\dfrac{1}{\sin x}\right)$.

4.29 $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{e^{x}-1}\right)$.

4.30 $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{6}}\dfrac{1-2\sin x}{\cos 3x}$.

5 Вычислить приближенно значение функции $y=f\left(x\right)$ в точке x_0 с помощью дифференциала:

5.1 $y=\sqrt[3]{x}$, $x_0=7{,}76$.

5.2 $y=\dfrac{x+\sqrt{5-x^2}}{2}$, $x_0=0.98$.

5.3 $y=\arcsin x$, $x_0=0{,}08$.

5.4 $y=x^6$, $x_0=2{,}01$.

5.5 $y=\operatorname{tg}x$, $x_0=46^\circ$.

5.6 $y=\sqrt{4x-3}$, $x_0=1{,}08$.

5.7 $y=\sqrt[3]{x+\cos x}$, $x_0=0{,}01$.

5.8 $y=\arccos x$, $x_0=0{,}48$.

5.9 $y=\sqrt[3]{x}$, $x_0=1{,}03$.

5.10 $y=\sqrt{x^2+x+3}$, $x_0=1{,}95$.

5.11 $y=\arcsin x$, $x_0=0{,}51$.

5.12 $y=\sqrt[3]{x+7x}$, $x_0=1{,}012$.

5.13 $y=x^7$, $x_0=2{,}002$.

5.14 $y=\arccos x$, $x_0=0{,}52$.

5.15 $y=\sqrt[3]{x}$, $x_0=8{,}24$.

5.16 $y=\lg x$, $x_0=10{,}02$.

5.17 $y=\mathrm{ctg}\,x$, $x_0=46^\circ$.

5.18 $y=\sqrt{1+x+\sin x}$, $x_0=0{,}01$.

5.19 $y=\mathrm{arctg}\,x$, $x_0=0{,}98$.

5.20 $y=x^4$, $x_0=3{,}998$.

5.21 $y=\mathrm{arcctg}\,x$, $x_0=1{,}04$

5.22 $y=\sqrt[3]{x}$, $x_0=1{,}21$.

5.23 $y=\dfrac{1}{\sqrt{x}}$, $x_0=4{,}16$.

5.24 $y=\mathrm{arctg}\,x$, $x_0=1{,}02$.

5.25 $y=\sqrt{4x-1}$, $x_0=2{,}56$.

5.26 $y=x^5$, $x_0=2{,}995$.

5.27 $y=\arcsin x$, $x_0=0{,}09$

5.28 $y=\mathrm{tg}\,x$, $x_0=47^\circ$.

5.29 $y=\sqrt[3]{x}$, $x_0=7{,}64$.

5.30 $y=\sqrt{x^2+5}$, $x_0=1{,}95$.

ИДЗ – 3 Приложения производной

1 Найти глобальный экстремум функции $y=f(x)$ на отрезке $[a;b]$.

1.1 $y=x^2+\dfrac{4}{x}-4$ на отрезке $[1;5]$.

1.2 $y=4-x-\dfrac{4}{x^2}$ на отрезке $[1;4]$.

1.3 $y=2\sqrt{x}-x$ на отрезке $[0;4]$.

1.4 $y=x-\dfrac{6}{x}$ на отрезке $[-3;3]$.

1.5 $y=x-2\sqrt{x}+5$ на отрезке $[1;9]$.

1.6 $y=3-x-\dfrac{4}{(x+2^2)}$ на отрезке $[-1;2]$.

1.7 $y=-0.5x^2+\dfrac{8}{x}+8$ на отрезке $[-4;-1]$.

1.8 $y=x^4+4x$ на отрезке $[-2;2]$.

1.9 $y=x^3-12x+7$ на отрезке $[-0;3]$.

1.10 $y=x-\dfrac{9}{x}-1$ на отрезке $[1;5]$.

1.11 $y=x^3-3x^2+3x-4$ на отрезке $[-1;2]$.

1.12 $y=x^2-2x+\dfrac{16}{x-1}-13$ на отрезке $[2;5]$.

1.13 $y=\dfrac{4x}{x^2+4}-4$ на отрезке $[-4;2]$.

1.14 $y=8x+\dfrac{4}{x^2}-15$ на отрезке $[1;4]$.

1.15 $y=\dfrac{4}{x^2}-8x-4$ на отрезке $[-2;0{,}5]$.

1.16 $y=2\sqrt{x-1}-x+2$ на отрезке $[1;5]$.

1.17 $y = x^2 + \frac{16}{x+2} + 4x - 9$ на отрезке $[-1;2]$.

1.18 $y = -\frac{2(x^2+3)}{x^2+2x+5} - 4$ на отрезке $[-5;1]$.

1.19 $y = 2x^2 + \frac{108}{x} - 59$ на отрезке $[2;4]$.

1.20 $y = x - 4\sqrt{x+2} + 8$ на отрезке $[-1;7]$.

1.21 $y = \frac{10x+10}{x^2+2x+2}$ на отрезке $[-1;2]$.

1.22 $y = 3x^4 - 16x^3 + 4$ на отрезке $[-1;1]$.

1.23 $y = x^5 - \frac{5}{2}x^2 - 2$ на отрезке $[0;2]$.

1.24 $y = x^2 - \frac{4}{x} - 1$ на отрезке $[1;5]$.

1.25 $y = \frac{4x}{4+x^2} - 4$ на отрезке $[-4;2]$.

1.26 $y = 2\sqrt{x} - x$ на отрезке $[0;9]$.

1.27 $y = x^3 - 3x + 3$ на отрезке $[-1;5]$.

1.28 $y = \frac{10x}{1+x^2} - 4$ на отрезке $[0;3]$.

1.29 $y = -0.5x^2 + 2x + \frac{8}{x-2} + 5$ на отрезке $[-2;1]$.

1.30 $y = x - 4\sqrt{x} + 6$ на отрезке $[1;16]$.

2 Решить геометрические задачи:

2.1 Найдите прямоугольный треугольник наибольшей площади, если сумма катета и гипотенузы его постоянна.

2.2 При каких линейных размерах закрытая цилиндрическая банка данной вместимости V будет иметь наименьшую полную поверхность?

2.3 В данный круговой сегмент, не превышающий полукруга, вписать прямоугольник наибольшей площади.

2.4 В эллипс $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ вписать прямоугольник со сторонами, параллельными осям эллипса, площадь которого наибольшая.

2.5 Боковое ребро правильной треугольной пирамиды имеет постоянную заданную длину и составляет с плоскостью основания угол α. При каком значении α объём пирамиды является наибольшим?

2.6 В полушар радиуса R вписать прямоугольный параллелепипед с квадратным основанием наибольшего объёма.

2.7 В данный шар радиуса R вписать цилиндр наибольшего объёма.

2.8 В шар радиусом R вписать цилиндр с наибольшей полной поверхностью.

2.9 Около шара радиуса r описать конус наименьшего объёма.

2.10 Через вершину M квадрата $CEMK$ провести прямую, пересекающую лучи CK и CE в точках A и B так, чтобы площадь ΔABC была наименьшей.

2.11 Две стороны параллелограмма лежат на сторонах данного треугольника, а одна из его вершин принадлежит третьей стороне. При каких условиях площадь параллелограмма является наибольшей?

2.12 Найти наибольший объём конуса с образующей l.

2.13 В прямой круговой конус с углом 2α в осевом сечении и радиусом основания R вписать цилиндр с наибольшей полной поверхностью.

2.14 Найти кратчайшее расстояние точки $M(p,p)$ от параболы $y^2 = 2px$.

2.15 Найти наибольшую хорду эллипса $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, $0 < b < a$, проходящую через вершину $B(0;-b)$.

2.16 Через точку эллипса $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ провести касательную, образующую с осями координат треугольник наименьшей площади.

2.17 Найти основания и высоту равнобочной трапеции, которая при данной площади S имеет наименьший периметр; угол при большем основании трапеции равен α .

2.18 Какова должна быть высота равнобедренного треугольника, вписанного в окружность диаметра d, чтобы площадь треугольника была наибольшей?

2.19 В прямоугольный треугольник с гипотенузой 10 см и углом 30° вписан прямоугольник, основание которого расположено на гипотенузе. Каковы должны быть размеры прямоугольника, чтобы площадь его была наибольшей?

2.20 Требуется огородить забором прямоугольный участок земли площадью в 294 м^2 и разделить затем этот участок забором на две равные части. При каких линейных размерах участка длина всего забора окажется наименьшей?

2.21 Прямоугольный лист жести имеет линейные размеры 5×8 дм. В четырех его углах вырезают одинаковые квадраты и делают открытую коробку, загибая края под прямым углом. Какова наибольшая вместимость полученной коробки?

2.22 В прямоугольный треугольник с гипотенузой 24 см и углом 60° вписан прямоугольник, основание которого лежит на гипотенузе. Каковы должны быть длины сторон прямоугольника, чтобы его площадь была наибольшей?

2.23 Две стороны параллелограмма лежат на сторонах данного треугольника, а одна из его вершин принадлежит третьей стороне. При каких условиях площадь параллелограмма является наибольшей?

2.24 Среди равнобедренных треугольников с данной боковой стороной a найти треугольник наибольшей площади.

2.25 Боковые стороны и меньшее основание трапеции имеют одинаковые длины по 10 см. Найти размер большего основания, при котором площадь трапеции была бы наибольшей.

2.26 Найти длины сторон прямоугольника наибольшей площади, вписанного в прямоугольный треугольник со сторонами 18, 24 и 30 см и имеющего с ним общий прямой угол.

2.27 Величина угла при основании равнобедренного треугольника равна β. При каком значении β отношение длин радиусов вписанной и описанной окружностей является наибольшим?

2.28 Каким должен быть радиус основания и высота цилиндрического бака, чтобы при данном объеме V на его изготовление пошло наименьшее количество листового металла?

2.29 В прямоугольный треугольник с гипотенузой 12 см и углом 60° вписан прямоугольник, основание которого расположено на гипотенузе. Каковы должны быть размеры прямоугольника, чтобы площадь его была наибольшей?

2.30 Боковые стороны и меньшее основание трапеции имеют одинаковые длины по 15 см. Найти размер меньшего основания, при котором площадь трапеции была бы наибольшей.

3 Решить физические задачи:

3.1 Тяжелую балку длиной 13 м, расположенную вертикально, опускают на землю так, что нижний её конец прикреплен к вагонетке, а верхний удерживается канатом, намотанным на ворот. Канат сматывается со скоростью 2 м/мин. С каким ускорением откатывается вагонетка в момент, когда она пройдёт расстояние 5 м?

3.2 Антенна радара находится на расстоянии 1000 м по горизонтали от стартовой площадки и все время направлена на ракету, которая поднимается с постоянным ускорением 20 м/с^2. Какова угловая скорость антенны в момент, когда ракета находится не высоте 1000 м?

3.3 Лошадь бежит по окружности со скоростью 20 м/с. В центре окружности находится фонарь. Забор касается окружности в точке, из которой лошадь начинает бег. С какой скоростью перемешается тень лошади вдоль забора в момент, когда лошадь пробежит 1/8 окружности?

3.4 Резервуар, имеющий форму полушара радиуса R_0, заполняется водой. Скорость заполнения резервуара равна V_0. Определите скорость подъёма воды в резервуаре в момент, когда вода поднялась на высоту h_0.

3.5 Длина вертикально стоящей лестницы равна 5 м. Нижний конец лестницы начинает отодвигаться от стены с постоянной скоростью 2 м/с. Чему равно ускорение верхнего конца лестницы в момент, когда нижний конец отодвинулся от стены на 1 м?

3.6 Канат висячего моста, имеющего форму цепной линии, т. е. графика функции $y = a\,\mathrm{ch}\left(\frac{x}{a}\right)$, прикреплен к вертикальным опорам, отстоящим друг от друга на расстоянии 200 м. Самая нижняя точка каната находится на 40 м ниже точки подвеса. Чему равен угол между канатом и опорой в точке подвеса (для определения *a* можно воспользоваться равенством $\mathrm{ch}\,x \approx 1 + \frac{x^2}{2}$)?

3.7 В точках *A* и *B* находятся источники света силы J_1 и J_2 соответственно, $AB = 27$. Найдите на отрезке AB наименее освещенную точку (освещенность прямо пропорциональна силе света источника и обратно пропорциональна квадрату расстояния до него).

3.8 Бревно длиной 10 м с помощью подъёмного крана поднимается вертикально вверх за один из его концов. При этом второй конец волочится по земле со скоростью 0,05 м/с. С какой скоростью перемещается верхний конец бревна в момент, когда его нижний конец находится на расстоянии 3 м от вертикали?

3.9 Мальчик надувает воздушный шар, радиус которого возрастает с постоянным ускорением 0,2 см/с^2. С какой скоростью увеличивается объём шара в момент, когда площадь его поверхности равна 4π см^2 (радиус шара в начальный момент времени равнялся нулю)?

3.10 Человек, рост которого 1,7 м, удаляется от точечного источника света, расположенного на высоте 3 м, с постоянным ускорением 0,1 м/с^2. С каким ускорением перемещается тень его головы?

3.11 Скорость тела, движущегося по окружности радиуса 1 м, меняется по закону $v = v_0 t + {at^2}/{2}$. Найдите величину ускорения тела в момент времени $t = 1$ с.

3.12 Зависимость пути, пройденного телом, движущимся по окружности радиуса R, от времени задается уравнением $S = kt^3$ ($k > 0$). Чему равна величина скорости тела в момент, когда оно пройдёт путь S_0?

3.13 Частица движется с постоянной по величине скоростью v по кривой $y = x^3$. Найдите величину ускорения частицы в момент, когда $x = 0$.

3.14 При изобарном нагревании ν молей идеального газа его объём с течением времени меняется по закону $V = V_0 + at + bt^2$ ($V_0 > 0$, $a > 0$, $b > 0$). С каким ускорением меняется температура газа *T*, если его давление $p = p_0$?

3.15 Зависимость электрического заряда, проходящего через проводник с сопротивлением *R*, от времени имеет вид $Q(t) = te^{-t}$. Исследуйте на экстремум функцию $W(t)$, выражающую зависимость от времени мгновенной тепловой мощности, выделяемой в проводнике.

3.16 Предмет, находившийся первоначально на расстоянии $d_0 > F$ от собирающей линзы, начинают удалять от неё с постоянным ускорением *a*. Чему равна скорость движущегося изображения в момент, когда предмет находится от линзы на расстоянии d?

3.17 Дождевая капля, начальная масса которой m_0, падает под действием силы тяжести, равномерно испаряясь, так, что убыль массы пропорциональна времени с коэффициентом пропорциональности *k*. В какой момент времени после начала падения кинетическая энергия капли будет наибольшей (сопротивлением воздуха пренебречь)?

3.18 Груз весом *P*, лежащий на горизонтальной плоскости, требуется сдвинуть с места приложенной силой. При каком наклоне этой силы к горизонту величина её будет наименьшей, если коэффициент трения груза равен k?

3.19 Найдите максимальную возможную температуру ν молей идеального газа, если его давление *p* и объём *V* связаны зависимостью $\alpha p^3 + \beta V^3 = p_0$ ($\alpha > 0$, $\beta > 0$, $p_0 > 0$).

3.20 Электрические заряды $+q_1$, $-q_2$, $+q_3$ расположены на одной прямой так, что заряд $-q_2$ находится между зарядами $+q_1$ и

$+q_3$ на расстоянии a от заряда $+q_1$. На каком расстоянии от заряда $-q_2$ должен находиться заряд $+q_3$, чтобы его потенциальная энергия была минимальной (потенциал поля точечного заряда q равен $\varphi(r)=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r}$)?

3.21 Определить наименьший возможный объём V, занимаемый одним молем идеального газа, если его температура T и давление p связаны соотношением $T=T_0+ap^2+bp^3$ ($T_0>0$, $a>0$, $b>0$).

3.22 Магнитный поток Φ через неподвижный контур, имеющий сопротивление R, изменяется с течением времени t по закону $\Phi=at^2(1-t^3)$, где a положительная постоянная. В какой момент времени сила индукционного тока достигает максимального значения?

3.23 Найдите максимально возможную температуру одного моля идеального газа, если его давление p и объём V связаны соотношением $\alpha\cdot V^2+\ln\frac{p}{p_0}=0$ ($\alpha>0$, $p_0>0$).

3.24 Над центром круглого стола радиуса R висит лампа. При какой высоте лампы над столом освещенность края стола будет наилучшей (освещенность прямо пропорциональна косинусу угла падения лучей света и обратно пропорциональна квадрату расстояния до источника света)?

3.25 Определите наибольшее возможное давление p одного моля идеального газа, если температура T и объём V газа связаны соотношением $Te^{\alpha\cdot V}=V^2$ ($\alpha>0$).

3.26 Резервуар, имеющий форму усеченного конуса, заполняется водой. Скорость заполнения резервуара равна 1 м^3/мин. Определите скорость подъёма воды в резервуаре в момент, когда он заполнится на половину своего объёма (высота резервуара равна 3 м, радиус нижнего основания 2 м, верхнего – 5м).

3.27 Известно, что, мощность P, отдаваемая электрическим элементом, определяется по формуле $P=\frac{E^2R}{(r+R)^2}$, где E -

постоянная электродвижущая сила элемента, r – постоянное внутреннее сопративление, R – внешнее сопративление. Каким должно быть внешнее сопративление R, чтобы мощность P была наибольшей?

3.28 На прямой между двумя источниками света силы F и $8F$ найти наименее освещенную точку, если расстояние между источниками равно 24 м (освещенность прямо пропорциональна силе света источника и обратно пропорциональна квадрату расстояния до него).

3.29 Бревно длиной 15 м с помощью подъёмного крана начинают поднимать вертикально вверх за один из его концов. При этом второй конец волочится по земле со скоростью 0,09 м/с. С какой скоростью перемещается верхний конец бревна в момент, когда его нижний конец находится на расстоянии 5 м от вертикали?

3.30 Зависимость пути, пройденного телом, движущимся по окружности радиуса R, от времени задается уравнением $S=kt^3$ ($k>0$). Чему равна величина скорости тела в момент, когда оно пройдёт путь S_0?

4 Провести полное исследование и построить график функции:

4.1 а) $y=\frac{x^2}{2}+\frac{1}{x}$; б) $x=t^3+3t+1$, $y=t^3-3t+1$.

4.2 а) $y=\frac{x^2+12}{x+2}$; б) $x=t^3-3\pi$, $y=t^3-6\,\mathrm{arctg}\,t$.

4.3 а) $y=\frac{x^2-4}{x^2-1}$; б) $x=t^3+2t^2+t$. $y=-2+3t-t^3$.

4.4 а) $y=\frac{x^2-3}{x^2+3}$; б) $x=(t-1)^2(t-2)$, $y=(t-1)^2(t-3)$.

4.5 а) $y=-x^2+\frac{2}{x}$; б) $x=e^t-t$, $y=e^{2t}-2t$.

4.6 а) $y=\dfrac{x^2+2}{x^2-2}$; б) $x=te^t$, $y=te^{-t}$.

4.7 а) $y=\dfrac{x^3+4}{x^2}$; б) $x^4-y^4=4x^2y$.

4.8 а) $y=\dfrac{x^2+8}{x^2-1}$; б) $(x+y)^4=x^2+y^2$.

4.9 а) $y=\dfrac{x^2}{x^2-9}$; б) $x^{\frac{2}{3}}+y^{\frac{2}{3}}=1$.

4.10 а) $y=\dfrac{2x^3+1}{x^2}$; б) $x^{\frac{4}{3}}-y^{\frac{4}{3}}=1$.

4.11 а) $y=\dfrac{x}{x^2+1}$; б) $r(\varphi)=\sin 2\varphi$.

4.12 а) $y=x-\dfrac{4}{x^2}$; б) $r(\varphi)=\sin 3\varphi$.

4.13 а) $y=\dfrac{(x+1)^3}{(x-1)^2}$; б) $r(\varphi)=\cos 2\varphi$.

4.14 а) $y=\dfrac{9+6x-3x^2}{x^2-2x+13}$; б) $r(\varphi)=\cos 3\varphi$.

4.15 а) $y=\dfrac{-8x}{x^2+4}$; б) $r(\varphi)=|\sin 2\varphi|$.

4.16 а) $y=\dfrac{x^3-1}{x+1}$; б) $r(\varphi)=|\sin 3\varphi|$.

4.17 а) $y=\dfrac{3x^4+1}{x^3}$; б) $r(\varphi)=1+\cos\varphi$.

4.18 а) $y=\dfrac{4x}{(x+1)^2}$; б) $r(\varphi)=2+\cos\varphi$.

4.19 а) $y=\dfrac{8(x-1)}{(x+1)^2}$; б) $r(\varphi)=1+2\cos\varphi$.

4.20 а) $y=\dfrac{1-2x^3}{x^2}$; б) $r(\varphi)=1-\cos\varphi$.

4.21 а) $y=\dfrac{4x^3}{x^2+2x-3}$; б) $x=2\cos 2t$, $y=2\cos 3t$.

4.22 а) $y=\dfrac{4x^2-1}{3+2x+x^2}$; б) $x=\sin 2t$, $y=\sin 3t$.

4.23 а) $y=\dfrac{x^2+2x+7}{x^2+2x-3}$; б) $x=\cos t+t\sin t$, $y=\sin t-t\cos t$, $t\geq 0$.

4.24 а) $y=\dfrac{x^4+1}{x^4-1}$; б) $x=e^t\cos t$, $y=e^t\sin t$.

4.25 а) $y=-\dfrac{x^2}{x+2}$; б) $x^3-y^3=1$.

4.26 а) $y=\dfrac{x^3-3}{x^2}$; б) $x^4+y^4=1$.

4.27 а) $y=\dfrac{4(x^2+1)}{x^2+2x+4}$; б) $y^2=2x^3-x^4$.

4.28 а) $y=\dfrac{3x^4-2}{x^3}$; б) $y^2=9(x^4-x^6)$.

4.29 а) $y=-\dfrac{x^2-6x+9}{(x-1)^2}$; б) $y^2(x^2-1)=x^4-4x^2$.

4.30 а) $y=\dfrac{x^3-4}{x^2}$; б) $y^2x^4=(x^2-1)^3$.

Литература

1 Волковыский, Л.И. Сборник задач по теории функций комплексного переменного [Текст] : учебное пособие для вузов / Л. И Волковыский, Г. Л. Лунц, И. Г. Араманович. – М. : Наука, 1970.

2 Демидович, В. П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу [Текст] : учебное пособие для вузов / В. П. Демидович. – М. : Наука, 1977.

3 Зверович, Э.И. Вещественный и комплексный анализ [Текст] : учебное пособие для вузов: в 6 ч. Ч. 1. Введение в анализ и дифференциальное исчисление / Э. И. Зверович. – Мн. : БГУ, 2003.

4 Кудрявцев, Л. Д. Краткий курс математического анализа [Текст] : учебник для вузов / Л. Д. Кудрявцев.– М. : Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1989.

5 Кудрявцев, Л. Д. Сборник задач по математическому анализу [Текст] : учебное пособие для вузов: в 3 ч. Ч. 1. Предел. Непрерывность. Дифференцируемость / Л. Д. Кудрявцев, А. Д. Кутасов, В. И. Чехлов, М. И. Шабунин.– М. : Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1984.

6 Математический анализ в вопросах и задачах [Текст] : учебное пособие для вузов / под ред. В. Ф. Бутузова. – М. : Высш. шк., 1984.

7 Привалов, И. И. Введение в теорию функций комплексного переменного [Текст] : учебное пособие для вузов / И. И. Привалов. – М. : Наука, 1977.

8 Сборник индивидуальных заданий по высшей математике [Текст] : учебное пособие для вузов: в 3 ч. Ч. 1 / под ред. А. П. Рябушко. – Мн. : Выш. шк., 1991.

9 Тер-Крикоров, А. М. Курс математического анализа: учебное пособие для вузов / А. М. Тер-Крикоров, М. И. Шабунин – М. : Наука Гл. ред. физ.-мат. Лит., 1988.