

3 Геометрические вероятности

1. Окружность описана около равнобедренного прямоугольного треугольника. Найти вероятность, что точка, выбранная наудачу в круге, не попадет в треугольник.
2. Окружность вписана в равнобедренный прямоугольный треугольник. Найти вероятность, что точка, выбранная наудачу в треугольнике, не попадет в круг.
3. Задачи Бертрана
 - (a) На окружности радиуса r наудачу выбираются две точки и соединяются хордой. Найти вероятность, что длина хорды превысит $\sqrt{3}r$.
 - (b) В круге радиуса r наудачу проводится диаметр. На диаметре наудачу выбирается точка — середина хорды, перпендикулярной диаметру. Найти вероятность, что длина полученной хорды превысит $\sqrt{3}r$.
 - (c) Внутри круга радиуса r наудачу выбирается точка. Эта точка служит серединой хорды, перпендикулярной проведенному через нее диаметру. Найти вероятность, что длина хорды превысит $\sqrt{3}r$.
4. На отрезке $[0, 2]$ наудачу выбираются два числа. Найти вероятность того, что сумма этих чисел больше 1, а произведение меньше 1.
5. На отрезок $[0, A]$ длины L наудачу ставятся точки B и C . Найти вероятность того, что длина отрезка BC меньше расстояния от точки 0 до ближайшей к ней точки.
6. На отрезок $[0, A]$ длины L наудачу ставятся точки B и C . Найти вероятность того, что длина отрезка BC меньше $\frac{L}{2}$.
7. На отрезке длины L наудачу выбираются две точки. Найти вероятность того, что из трёх отрезков, на которые делится исходный, можно составить треугольник.
8. Из отрезка $[-1; 1]$ наудачу выбираются две точки. Пусть p и q — координаты этих точек. Найти вероятность того, что квадратное уравнение $x^2 + px + q = 0$ имеет вещественные корни.
9. На плоскость, разграфленную параллельными прямыми, находящимися друг от друга на расстоянии $2a$, наудачу брошена монета радиуса $r < a$. Найти вероятность того, что монета не пересечет ни одной из прямых.
10. На плоскость с нанесённой сеткой квадратов со стороной $2a$ наудачу бросается монета радиуса $r < a$. Найти вероятность того, что монета не пересечет ни одну из сторон.
11. Два теплохода должны подплыть к одному причалу. Времена прихода обоих теплоходов независимы и равновозможны в течение данных суток. Найти вероятность того, что одному из теплоходов придется ожидать освобождения причала, если время стоянки первого теплохода равно 2 часа, а второго — 1 час.
12. Чтобы добраться до университета Петя может воспользоваться автобусом одного из двух маршрутов. Автобусы первого маршрута ходят с интервалом в 18 минут, второго маршрута — 15 минут. Найти вероятность того, что он будет ожидать автобуса меньше 10 минут.